

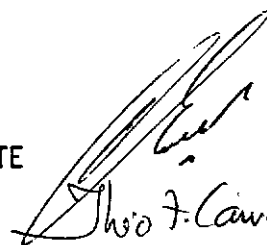
ESTUDO EM ESTRUTURAS DE MÁQUINAS-FERRAMENTA  
COM EMPRÊGO DE MODELOS REDUZIDOS

BENEDITO GERALDO MIGLIO PINTO

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PRO-  
GRAMAS PÓS-GRADUADOS DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO  
DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO  
GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.)

Aprovada por

PRESIDENTE



João F. Cavalcanti Silva  
Carlier, Paulo R. P. 1972

RIO DE JANEIRO  
ESTADO DA GUANABARA - BRASIL  
DEZEMBRO 1972



AGRADECIMENTOS

Ao CNpq, COPPE/UFRJ, e U.F.E.S.

Aos professores Michael Evans que me orientou neste trabalho, Artur Ripper Neto e Théo F. de Carvalho e Silva pelo apoio necessário.

À Abi-zaid pela colaboração nos trabalhos de revisão.

A meus pais Benedito e Marina, à minha esposa Eloisa pelo estímulo e compreensão de sempre.

## SINOPSE

O trabalho apresentado é basicamente experimental e sua finalidade primordial é estudar e analisar as características estático-dinâmicas de máquinas-ferramenta.

Estuda-se o comportamento de um torno IMOR P-400 através de seu barramento, que é o elemento governante da rigidez total deste tipo de estrutura.

A técnica usada é de modelos reduzidos com emprego de material plástico (acrílico).

Apresentou-se também um novo desenho para ilustrar o método comparativo de projetos estruturais aplicado geralmente às estruturas complexas, onde um estudo matemático nem sempre apresenta resultados satisfatórios.

Algumas modificações na estrutura original são sugeridas, tendo como base a análise dos resultados obtidos.

## SYNOPSIS

The work presented is basically experimental, which primordial finality is to study and analyse the static-dynamics characteristics of machines tools.

It is a study of the behaviour of a IMOR P-400 lathe by considering the bed of the machine which is the governing element of the total rigidity of this type of structure.

The scale models technique is applied using plastic material (plexiglass).

It has been also presented a new design, to illustrate the comparative method of structural designs, applied generally to complex structures, where a mathematical study do not give satisfactory results.

Some modifications on the original structure are suggested considering the analysis of the results obtained.

ÍNDICE

PÁGINA

AGRADECIMENTOS

Lista de Ilustrações

SINOPSE

SYNOPSIS

CAPÍTULO I Introdução

CAPÍTULO II Revisão da Literatura

CAPÍTULO III Procedimento Experimental

3.1. Modelos

3.1.1. Modelo (I)

3.1.2. Modelo (II)

3.2. Fabricação dos Modelos

3.2.1. Usinagem

3.2.2. Dobramento e Colagem

3.3. Determinação Experimental de Rigidez Estática

3.3.1. Métodos

3.3.2. Equipamentos Usados nos Ensaios  
Estáticos

3.3.3. Descrição dos Ensaios Estáticos

3.3.3.1. Calibração da Célula de  
Deflexões3.3.3.2. Ensaios de Rigidez nos  
Modelos

3.3.3.3. Rigidez Vertical

3.3.3.4. Rigidez Horizontal

## 3.3.3.5. Torção

## 3.4 Descrição dos Ensaios Dinâmicos

## 3.4.1. Introdução

## 3.4.2. Aparelhagem

## 3.4.3. Montagem dos Ensaios

## 3.4.4. Ensaios Preliminares

3.4.5. Ensaios Dinâmicos de Excitação dos  
Modelos3.4.5.1. Determinação das Frequências  
Naturais3.4.5.2. Determinação das Amplitudes  
do Movimento

## 3.4.5.3. Medidas de Fase

## CAPÍTULO IV

## 4.1. Discussões e Comentários

## 4.2. Resultados e Conclusões

## 4.3. Sugestões

## NOMENCLATURA

## BIBLIOGRAFIA

## APÊNDICE I Dedução dos Fatores de Escala

APÊNDICE II Método da Deflexão Constante para Determina-  
ção da Rigidez

## APÊNDICE III Resumo de Cálculos

LISTA DE ILUSTRAÇÕESF I G U R A S

1	Modelo (I) - Barramento do Torno Convencio <u>n</u> al
1A, 1B e 1C	Desmembramento do Modelo (I)
2	Modelo (II) - Novo Barramento
2A	Desmembramento do Modelo (II)
3	Ensaio de Rigidez Vertical
4	Célula de Deflexões
5	Quadro de Forças Atuantes em um Barramento
6	Distorção em um Torno devido a Força de Cor <u>te</u>
7	Circuito de Ensaio Dinâmicos
8	Curvas Respostas



LISTA DE FOTOGRAFIAS

- A.            Ensaio de Rigidez à Flexão Vertical
- B.            Ensaio de Rigidez à Torção
- C.            Ensaio de Excitação Vertical
- D.            Ensaio de Excitação Horizontal
- E.            Equipamentos Usado nos Ensaio de Excitação
- F.            Modelos (I e II)
- G.            Ensaio na Furadeira Radial

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

## INTRODUÇÃO

A produção de peças das mais variadas formas e dimensões com um determinado grau de acabamento e precisão, a baixo custo operacional e em tempo mínimo, é sem dúvida a mola propulsora do grande desenvolvimento da pesquisa no campo de projetos de máquinas-ferramenta.

Máquinas capazes de usinar uma grande variedade de materiais com alta eficiência técnica e econômica tem sido o objetivo de pesquisadores e projetistas.

O projeto de u'a máquina-ferramenta envolve muitas variáveis, e devido à grande complexidade do problema, o seu desenvolvimento se ramificou em 3 principais grupos:

Estruturas

Movimentos

Controles

Cada grupo abrange parte do outro e todos interligam-se pelo processo para o qual a máquina é projetada.

Freqüentemente problemas que poderiam ser solucionados por um destes grupos são simplificados se encarados como pertencentes a um outro grupo. Como por exemplo citamos a eliminação do fenômeno de ressonância em uma estrutura devida ao movimento do eixo-árvore. Para solução deste problema torna-se mais simples alterar-se as velocidades da máquina, modificando-se assim a freqüência de excitação, que mudar a freqüência natural da estrutura. Este exemplo evidencia perfeitamente o relacionamento dos grupos entre si e o processo, mostrando também a necessidade do

projetista ter conhecimento da máquina como um todo.

Modernamente os dois grandes adventos no campo de máquinas-ferramenta foram sem dúvida o emprego de controles numéricos e de mancais hidrostáticos. Estes dois fatores representaram um grande avanço no estudo das máquinas, forçando a evolução dos outros ramos de modo a atenderem as novas condições introduzidas por estes dois novos fatores.

Sem dúvida a parte estrutural foi a mais atingida por estas solicitações e por este motivo um grande número de pesquisadores tem se empenhado neste campo.

Outra razão responsável pelo estudo das estruturas de máquinas-ferramenta é sem dúvida a disponibilidade de novos materiais e técnicas de fabricação que possibilitam a concepção de formas mais operacionais sem que o custo da máquina se torne elevado.

Para enfatizar este ponto ressalta-se o emprego do ferro fundido em estruturas de máquinas-ferramenta que ainda é o material mais usado para este fim, embora os argumentos que outrora justificavam seu uso, ao invés do aço soldado, já não sejam tão convincentes, em face às técnicas atuais de fabricação através da solda a arco e aprimoramento dos processos de fabricação do aço.

O emprego do aço soldado na construção de máquinas-ferramenta é tão antigo talvez como a solda a arco (1) mas sempre se limitou a aplicações específicas. Aplicações estas em máquinas especiais com finalidades de reduzir o tempo de fabricação e economizar o custo de moldes de fundição.

No passado o emprego do ferro fundido apresentava vantagens nos processos de fabricação. Além disso existia o conceito indiscriminado que a qualidade da máquina-ferramenta era diretamente ligada a seu peso. Sendo a relação custo/peso no ferro fundido inferior a do aço, era óbvio que o primeiro fôsse preferido.

Hoje este conceito, bastante mudado, se restringe apenas a problemas específicos. Encarado mais racionalmente foi reformulado, não ignorando a influencia do peso da máquina-ferramenta em seu desempenho, mas usando-o apenas quando necessário.

O barramento de uma plaina deve ter inércia suficiente para oferecer resistência às forças de corte e ao próprio deslocamento de retorno da mesa que tendem deslocá-lo de seus suportes. O mesmo ocorre em uma retífica com finalidades de reduzir ao máximo suas frequências naturais.

## CAPÍTULO II

### REVISÃO DE LITERATURA

## CAPÍTULO II

Os principais problemas encontrados pelo projetista estrutural de máquinas-ferramenta são referentes aos comportamentos estático e dinâmico. Estes comportamentos são descritos pelos parâmetros de rigidez estática, rigidez dinâmica, frequências naturais, modos de vibração e amortecimento.

A determinação analítica destes parâmetros (2) é de um modo geral difícil devido à complexidade das formas das seções e acoplamentos entre os diversos elementos.

Os métodos matemáticos de projeto constam basicamente da representação das estruturas reais por modelos matemáticos simplificadores. A resolução destes modelos, devido ao grande número de incógnitas somente é possível através de computadores.

Mesmo assim os resultados nem sempre apresentam valores satisfatórios uma vez que, a representação da estrutura por massas discretas ligadas através de elementos sem massa é um tanto difícil.

Neste método a preparação do programa e dos dados é muito trabalhosa. Embora apresente resultados de fácil interpretação, às vezes é necessário a confirmação dos resultados obtidos através de métodos experimentais. Melhores resultados são obtidos quando este método é aplicado a estruturas cuja distribuição de massa é homogênea e seus elementos tenham dimensões que facilitem a representação da estrutura por massas singelas interligadas por barras.

Entretanto não é possível predizer as amplitudes

de vibração da estrutura devidas a uma determinada força excitadora pois o amortecimento total associado à estrutura não é conhecido no estágio de projeto e não pode ser inserido no programa de computador.

Em sua maioria os métodos de determinação de características estático-dinâmicas de máquinas-ferramenta são experimentais e são a esses métodos que têm recorrido a maioria dos projetistas.

Em tempos passados o processo experimental, embora usado com frequência, era um método caracterizado pelo seu alto custo pois era desenvolvido em modelos reais construídos segundo um ante-projeto básico, submetidos aos diversos testes. De acordo com os resultados eram feitas modificações, ou se necessário, re-projetavam-se o protótipo repetindo-se a rotina de testes até que um projeto satisfatório fôsse obtido. Este é um processo demorado e caro, embora apresente os melhores resultados.

A aplicação de técnicas experimentais com modelos reduzidos no campo da engenharia civil é mais antiga que na engenharia mecânica, talvez por ser praticamente impossível o projeto de grandes estruturas empregando os modelos em tamanhos reais. Tem-se notícia que já em 1908 (3) foram usados modelos de borracha para análise de tensões em barragens, e em 1920 foram publicados vários artigos de grande aplicação sobre análise experimental com o uso de modelos reduzidos. Na engenharia civil as finalidades iniciais foram resolver problemas estáticos.

O emprego de técnicas experimentais no estudo de problemas dinâmicos sofreu maior desenvolvimento recentemente,



quando tentou-se resolver problemas de engenharia mecânica. Alguns pesquisadores (3,4,5) adotando métodos de modelos reduzidos em estruturas de máquina, fizeram várias experiências para determinação do grau de confiabilidade da teoria de similaridade, empregando vários materiais, fatores de escala etc. Concluíram eles que, o método de modelos reduzidos possibilita obter-se resultados bem precisos. Os erros encontrados na comparação com os valores calculados teoricamente são da mesma ordem de grandeza em todas as direções, e o modelo reduzido é relativamente mais rígido que a estrutura real. Através de fatores de correção pode-se chegar a resultados bem precisos.

Vários materiais como o aço, alumínio, madeira, papelão, borracha, acrílico, resinas de poliéster, etc, podem ser usados na execução de modelos. A escolha do material depende das condições específicas de cada problema. Assim o trabalho com modelos, de mesmo material que a estrutura real seria o ideal. Raramente isto é possível, pois a estrutura real geralmente é de aço ou ferro fundido, e a fabricação de modelos nestes materiais é bastante dispendiosa. Atualmente o material mais empregado é o acrílico que permite fácil execução e apresenta boas qualidades mecânicas.

Thornley (3) discute em seu trabalho o emprego de vários materiais em estudos de modelos reduzidos, e faz um destaque especial para o acrílico apresentando valores numéricos e curvas de suas propriedades mecânicas.

Este mesmo pesquisador (4) estudou através de modelos reduzidos em aço vigas de diversas formas, e discutiu a validade da teoria dos modelos reduzidos por comparação de valores teó

-ricos com aquêles obtidos experimentalmente.

Estudos realizados (6) em modelos de acrílico, mostram os efeitos do tempo sôbre o acrílico e detalham o método de compensação de fluência.

M. Honda e T. Yassui (7) mostraram experimentalmente que o fator de maior importância na rigidez total de uma furadeira radial é dado pela rigidez do acoplamento entre a coluna e a base da furadeira. Tentaram também melhorar o comportamento de um torno através de estudos feitos no seu barramento.

As conclusões obtidas por M. Honda e T. Yassui e por outros autores (8) mostram que a relação rigidez vertical/rigidez horizontal e o valor da rigidez à torção possuem grande influencia na capacidade de usinagem de um torno. O valor ideal encontrado para a relação  $K_V/K_H$  é a unidade e a rigidez à torção deve ter um valor tão alto quanto possível.

Dentre os trabalhos didáticos que tratam do assunto, destaca-se (9) de Koenigsberger e Tlusty que é talvez a obra didática de mais profundidade no assunto. Koenigsberger (10) apresenta dentre outros assuntos sôbre máquinas-ferramenta, uma comparação entre estruturas fundidas e estruturas de aço soldadas, e detalhes que devem ser considerados ao projetar-se uma estrutura soldada.

Resultados das pesquisas (8,11) feitas em estruturas de máquinas-ferramenta e em elementos estruturais possibilitaram que alguns desses resultados, juntamente com (6,7,9,10) fossem aplicados no projeto do modelo II.

### CAPÍTULO III

#### PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

### CAPÍTULO III

#### 3.1 MODELOS

Foram construídos dois modelos para o estudo de desenvolvimento. O modelo (I) reproduzindo em escala reduzida o barramento do torno em estudo, e o modelo II representando o novo desenho que ilustra o método comparativo de projetos, ambos construídos com um fator de escala  $\lambda = 2$ .

##### 3.1.1 Modelo (I) Fig. (1)

Representa um barramento constituído de uma única peça em ferro fundido, construído segundo um desenho feito de um levantamento de formas e dimensões na própria máquina. Através deste levantamento observou-se variações acentuadas nas dimensões da peça fundida, principalmente nos elementos de pequena espessura, tornando a estrutura praticamente impossível de ser reproduzida. A fim de contornarmos este problema admitimos a dimensão média sempre que eram observados estes desvios, tornando deste modo a geometria do modelo mais regular que da estrutura real.

##### 3.1.2 Modelo (II) Fig. (2)

Este modelo de forma celular fechada, representa o novo barramento, desenhado para ser executado em chapas de aço soldadas.

Em sua construção foram empregadas chapas de acrílico de 1/8" de espessura, tendo as mesmas apresentado em alguns pontos espessuras até 20% menores que as espessuras nominais.

Devido a dificuldade de se uniformizar as espessuras de chapas finas de grandes dimensões, foram usadas chapas com variações de espessura.

### 3.2 FABRICAÇÃO DOS MODELOS

#### INTRODUÇÃO:

Para se fabricar um modelo em acrílico que represente uma estrutura fundida, dispondo apenas de elementos planos (chapas) existe a necessidade de se fazer um plano de fabricação que consiste no desmembramento do projeto (Fig.1.1A,1B,1C) em placas de diversas formas e espessuras, para posterior composição da estrutura. Neste desmembramento, a fim de reduzir o trabalho, custos e obter um modelo representativo, deve-se observar as seguintes normas:

- a) Peças com mudança de secção devem ser fabricadas por composição;
- b) Reduzir o número de peças ao máximo sem comprometer o tempo de usinagem;
- c) Utilizar chapas de espessuras tais que permitam a composição de peças de maior espessura sem necessidade de grandes desbastes;
- d) Não usar peças moldadas ou dobradas quando necessitar de maior precisão na montagem.

#### 3.2.1 Usinagem

Todas operações normais de usinagem, podem ser executadas no acrílico sem necessidade de máquinas ou ferramentas

especiais. Embora ofereça pouca resistência ao corte, produz grande desgaste nas ferramentas. A condutibilidade térmica do acrílico é bastante reduzida comparado com a dos metais, e o calor gerado na área de corte que não é dissipado tem efeito de cegar a ferramenta e superaquecer o material. É portanto desejável o uso de líquido refrigerante.

O elevado coeficiente de dilatação térmica, provoca deformações no local de corte que resulta em cortes irregulares.

Velocidades periféricas de corte de 60 a 150 m/min. são as mais satisfatórias e o avanço deve variar entre 0,05 a 0,025 m/rot.

As ferramentas convencionais dão bons resultados, mas para maior controle do calor gerado é conveniente usar-se os seguintes ângulos:

ângulo de obliquidade ( $0^{\circ}$  a  $15^{\circ}$ )

ângulo de saída ( $0^{\circ}$ )

ângulo de folga ( $0^{\circ}$  a  $+ 15^{\circ}$ )

Quando a geometria do modelo é de certa complexidade é necessário que os componentes estejam dentro de uma tolerância razoável e que as superfícies a serem coladas tenham um acabamento superficial que satisfaça as necessidades de colagem.

Para atender a estas exigências, todas as peças foram inicialmente cortadas em uma serra circular de precisão e posteriormente usinadas em uma fresadora universal, a fim de uniformizar as espessuras das placas e dar a forma do desenho.

As peças curvas do modelo (II) foram cortadas em

uma serra fita convencional e os cortes acabados com lima e lixa d'água.

### 3.2.2 Dobramento e Colagem

#### Dobramento

O modelo (II) é constituído externamente por uma peça em forma de U, moldada à quente (temperatura aproximada a  $100^{\circ}\text{C}$ ) em um molde do tipo macho e fêmea construído em madeira. O sucesso desta operação está na distribuição uniforme do calor na chapa.

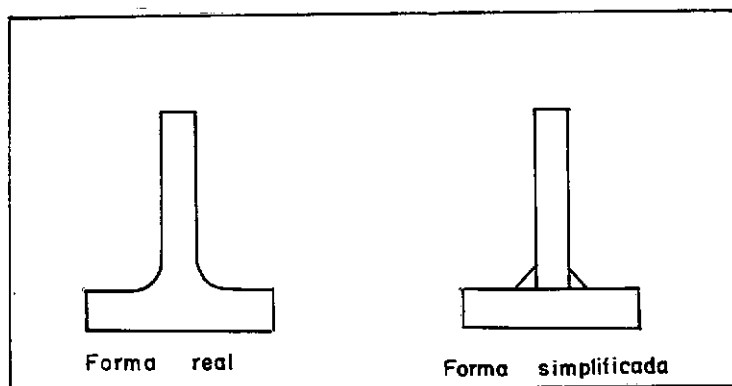
#### Colagem

A união dos elementos foi feita por meio de clorofórmio que dissolve o acrílico e proporciona uma junta sólida, adquirindo características mecânicas semelhantes às do material. Antes de se aplicar o clorofórmio deve-se desengordurar as superfícies e aplicar uma lixa fina (400) para deixar as superfícies menos polidas a fim de facilitar a dissolução pelo clorofórmio. A aplicação deste material exige cuidados especiais, pois sendo muito volátil, o tempo necessário para posicionamento e ajuste das peças torna-se muito reduzido. O problema mais frequente é o aparecimento de bolhas de ar nas juntas.

Várias técnicas de aplicação foram experimentadas e a que apresentou melhores resultados foi a injeção de clorofórmio sob pressão através de um orifício. Uma técnica que foi experimentada sem sucesso, é descrita na referência ( ) como "solda

gem por ar quente". Esta técnica dispensa a necessidade de bom acabamento nas superfícies a serem unidas e permite corrigir irregularidades que porventura existam. Outra vantagem apresentada é poder simular os cordões de solda e raios de concordância de estrutura real.

A solução adotada para simular cordões de solda ou raios de concordâncias, geralmente existentes no encontro de superfícies perpendiculares, foi uma aproximação usando-se barras de secção triangular, substituindo-se assim, um arco de difícil fabricação por um segmento.



### 3.3. DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DE RIGIDEZ ESTÁTICA

#### 3.1.1. Métodos

Dentre os diversos métodos para ensaios estáticos destacamos os seguintes:

##### a) Método Direto

O método direto consiste na aplicação de forças sobre a estrutura e leitura das flechas correspondentes. Quando o material do modelo não apresenta propriedades de fluência (creep)



acentuadas, este método é o mais indicado. No caso do acrílico o efeito de tempo sobre as deflexões é acentuado e ao se usar este método é necessário conhecer a variação do módulo de elasticidade com o tempo ( $E_t$ ) e fazer as leituras de flechas e cargas com controle de tempo, procedimento que as vezes torna-se demorado e possibilita a introdução de erros:

b) Método Indireto (Deflexão Constante)

Este foi o método empregado em todos os ensaios estáticos.

Aplica-se à estrutura uma deflexão constante, através de uma célula de deflexões com finalidade de anular-se o efeito da fluência (creep). Este método é aplicado a modelos que tenham grande fluência, pois o mesmo dispensa o conhecimento da variação ( $E_t$ ) do material. Para aplicação deste método foi necessária a construção de uma célula de deflexões do mesmo material que o modelo.

Os ensaios com compensação de fluência, são rápidos e possibilitam maior precisão que os métodos diretos.

3.3.2. Equipamentos Usados Nos Ensaios Estáticos

Dispositivos e instrumentos usados nos ensaios estáticos:

1 - Sistema de aplicação de esforços (ou deflexão) Fig. (3)

Este dispositivo foi usado em todos os ensaios estáticos podendo ser aplicado para ambos os métodos de ensaios descritos.

- 2 - Bancada de Ensaio - É uma mesa de grande rigidez com ranhuras em (tê), que possibilita a fixação de suportes e instrumentos.
- 3 - Apoios para flexão simples.  
Apoio para torção.
- 4 - Dispositivos para ensaio de torção (foto 2).
- 5 - Célula de deflexão (Fig. 4)

A célula de deflexão é um anel em acrílico com um defletômetro de 100 divisões de 0,002 mm por volta. Os suportes do defletômetro e da haste de aplicação de deflexões são fixados de modo a não alterarem a elasticidade do anel.

- 6 - Defletômetros para leitura das flechas.

Foram usados dois defletômetros de 100 divisões de 0,01 m por volta, fixados por suportes apropriados que possibilitavam o posicionamento dos defletômetros nas posições desejadas.

### 3.3.3. Descrição Dos Ensaio Estáticos

Calibração da célula de deflexões (ver apêndice III).

#### 3.3.3.1. Calibração da Célula de Deflexões

A calibração da célula de deflexões consiste na determinação do fator geométrico da célula que tem dimensão (mm) e é feita usando a célula em conexão com uma estrutura auxiliar de acrílico, para a qual a rigidez pode ser determinada rigorosamente por análise matemática como função de  $(P_t/E_t)$ .

Nos ensaios de calibração foi usada como estrutura auxiliar uma viga simplesmente apoiada. Neste elemento a flecha

( $\Delta$ ) no vão médio é dada por:

$$\frac{P_t}{E_t} = \frac{48I}{l^3} \Delta \quad (1)$$

e na célula

$$\frac{P_t}{E_t} = FG \cdot \Delta c \quad (2)$$

∴

$$FG = \frac{48I}{l^3} \times \left( \frac{\Delta}{\Delta c} \right) \text{ médio} \quad (3)$$

O ensaio consiste em aplicar-se uma deflexão  $\Delta c$  na célula e lê-se a deflexão  $\Delta$  no meio do vão da viga. Com os valores geométricos da estrutura auxiliar e com o valor  $(\Delta c / \Delta)$  médio, determinado em 3 séries de 12 leituras, determinou-se (FG) através de (3).

### 3.3.3.2. Ensaaios de Rigidez Nos Modelos

O estudo de rigidez em um elemento estrutural pode ser feito sem a simulação exata da distribuição real dos esforços sobre o elemento e sim determinando sua rigidez a esforços simples. No caso do barramento de um torno a solicitação é a mais genérica possível, ver Fig. (5,6) e dificilmente poderia ser simulada no modelo. Para o método comparativo é suficiente apenas que os modelos sejam ensaiados à flexão simples em duas direções (H e V), e à torção. Desde que as condições dos ensaios sejam idênticas os resultados podem ser comparados.

A finalidade dos ensaios à flexão foi determinar

a rigidez direta segundo duas direções perpendiculares (H e V) numa secção localizada na região central do barramento, onde, num torno há maior frequência de solicitação.

#### 3.3.3.3. Rigidez Vertical ( $K_V$ )

A aplicação dos esforços foi feita, através de uma barra transversalmente apoiada nas guias, de modo que cada guia ficasse sujeita ao mesmo esforço. Os defletômetros foram localizados sobre cada guia, tomando-se para o cálculo da rigidez a deflexão média computada de valores obtidos em três séries de 12 leituras.

#### 3.3.3.4. Rigidez Horizontal ( $K_H$ )

No ensaio de flexão simples segundo a direção horizontal, foi usado o mesmo sistema de carregamento, e o modelo foi apoiado de tal modo, que sua direção (H) coincidisse com a vertical. Neste ensaio houve necessidade de usar-se apoios especiais e os defletômetros foram colocados de modo semelhante ao ensaio vertical, a fim de se determinar a deflexão média.

#### 3.3.3.5. Torção

O ensaio de torção pode ser feito de várias maneiras. As mais usuais são descritas a seguir:

a) Torção Simples - Neste caso os suportes dos modelos e o dispositivo de aplicação do momento torsor ( $M_t$ ) devem ser construídos de modo a permitirem torção simples nos modelos. Para isso o modelo é fixado em um extremo por um engastamento. O

outro extremo é adaptado a um suporte que serve para aplicação do conjugado e permite rotação em torno do eixo de torção do modelo. O ângulo de torção ( $\theta$ ) é lido por intermédio de um defletômetro que mede a rotação do suporte. Este método apresenta resultados bastante precisos, o maior inconveniente é a determinação do eixo de torção em elementos irregulares;

b) Torção Composta - Este método é menos preciso que o anterior, mas foi preferido para os ensaios devido a simplicidade de execução e a dificuldade em determinar-se o eixo de torção dos modelos, principalmente do modelo (I) que é bastante irregular. O método consiste em fixar-se o modelo em balanço por um de seus extremos e no outro aplica-se um momento torsor por intermédio de uma barra, o que ocasiona flexão no modelo além da torção.

Para determinar-se o ângulo de torção, usa-se dois defletômetros, admitindo-se que um mede a flecha devida à flexão e o outro mede uma flecha devida a flexão mais torção do modelo.

Deste modo a deflexão devida à torção é determinada subtraindo-se a primeira leitura da segunda. Neste ensaio são consideradas desprezíveis as flexões do modelo devido ao seu peso e da barra de aplicação do momento torsor.

### 3.4. DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS DINÂMICOS

#### 3.4.1. INTRODUÇÃO

O objetivo dos ensaios de vibração foi determinar as respostas dos modelos à excitação externa. Através da res-

-posta à excitação é possível determinar-se as frequências naturais, amplitudes e modos de vibração.

Foi feita uma tentativa de estudar-se o amortecimento do barramento, que não resultou em sucesso como será discutido no Capítulo IV.

De modo análogo aos testes estáticos não houve a preocupação em excitar-se os modelos, simulando a excitação real da máquina. Isto porque, a excitação real dificilmente poderia ser simulada uma vez que as mesmas dependem de fatores tais como, número de dentes de engrenagens, desbalanceamentos, forças de corte etc. (ver Fig. 5).

Para efeito comparativo é suficiente que as condições de ensaio sejam idênticas para ambos os modelos.

Das três quantidades, deslocamento, velocidade e aceleração, a de maior interesse no estudo dinâmico de máquinas-ferramenta é sem dúvida o deslocamento. Por este motivo as curvas respostas apresentadas são (amplitude x frequência). Estas curvas podem ser consideradas como curvas de receptância pois a excitação foi mantida em um nível constante ao longo de toda gama de frequências.

Nos ensaios dinâmicos foi pesquisado apenas o comportamento das guias devido sua grande influência no desempenho total da máquina.

#### 3.4.2. Aparelhagem

Os aparelhos usados nos ensaios dinâmicos são mostrados na fotografia (5) e sua montagem no diagrama da Fig. (7).

### a) Aparelhos do Circuito de Excitação

- 1 - Gerador de Sinal - Marca B&K, Modelo 1025 - Fonte Senoidal especialmente projetada p/testes de vibração em componentes mecânicos e eletromecânicos, numa faixa de frequência de  $5\text{H}_z$  a  $10\text{KH}_z$ .
- 2 - Miliamperímetro A.C. - Marca Engro, Modelo 70 IE 387 usado como controlador da corrente de excitação.
- 3 - Excitador Eletrodinâmico - Marca Philips - Modelo PR 9261.
- 4 - Acelerômetro - B&K - Modelo 433, usado para controlar o nível de excitação, e como referencia na determinação da fase.
- 5 - Pré-amplificador de acelerômetro - B&K - Modelo 2622, usado para:
  - Amplificar a saída do acelerômetro.
  - Transformar a saída de alta impedância em um sinal de baixa impedância.

### b) Aparelhos do Circuito de Medida da Resposta

- 6 - Transdutor Magnético de Velocidade - B&K - Modelo MM 0002, usado para captar a resposta em velocidade.
- 7 - Osciloscópio de dois canais - Tektronix, Modelo 564 B tipo 121 N.
- 8 - Amplificador de Medida - B&K - Modelo 2606 - Usado para lêr-se o valor da velocidade em  $MV_{\text{RMS}}$  e amplificar o sinal para o registrador.
- 9 - Registrador de Nível - B&K - Modelo 2305 - Usado para registrar a resposta velocidade x frequência. Dos gráficos aos por ele traçados usou-se apenas os valores das frequências naturais, pois o amplificador de medidas B&K 2606 dá valores mais

precisos em suas escalas.

### 3.4.3. Montagem dos Ensaios:

#### Fixação dos Modelos

Cada modelo foi rigidamente parafusado nas ranhuras da bancada de ensaio por meio de oito parafusos.

#### Fixação do Excitador

O excitador foi posicionado em cada ponto de excitação por intermédio de um suporte que permitiu fixá-lo na posição horizontal ou na vertical. A pré-carga dada pela mola do excitador foi mantida constante para todos os ensaios, através da deflexão estática da mola medida na haste do excitador.

#### Fixação do Transdutor de Velocidade

Como os modelos não possuem propriedades magnéticas, um pequeno disco de aço, colado nos pontos de resposta, transmitia magneticamente o movimento ao transdutor, este, posicionado por um suporte com possibilidade de fixá-lo na horizontal e na vertical.

Sendo a sensibilidade do transdutor função de sua distância estática ao disco, a mesma foi padronizada e mantida para todos os ensaios.

### 3.4.4. Ensaio Preliminares

Antes dos modelos serem excitados e seu comporta



-mento dinâmico determinado, foram feitos ensaios preliminares que verificaram a possibilidade dos resultados sofrerem influências de fatores alheios ao problema. Dos ensaios de verificação dois de fundamental importância foram realizados:

1 - Verificação das frequências naturais do suporte do excitador.

Para facilitar o posicionamento do excitador, seu suporte foi montado sobre uma corrediça triangular (fotografia 4) fixada rigidamente por seus extremos a bancada de ensaio. Antes de usar-se esta montagem pesquisou-se a existência de frequências naturais do conjunto suporte-corrediça-excitador, na faixa de frequências utilizadas ( $50 \text{ Hz}$  a  $1000 \text{ Hz}$ ). Este ensaio foi feito fixando-se dois acelerômetros mutuamente perpendiculares na corrediça e excitando-se o modelo naquela faixa de frequências em duas direções.

Constatou-se, deste modo, não haver nenhuma frequência natural do conjunto que pudesse entrar em ressonância com a excitação durante os testes dinâmicos dos modelos.

2 - Verificação da influencia do acelerômetro nas frequências naturais do modelo.

A massa do acelerômetro altera as frequências naturais da estrutura onde é fixado, principalmente quando trata-se de estruturas leves.

Em modelos reduzidos é conveniente usar-se acelerômetros de pequena massa, mesmo que tenham menor sensibilidade que os de maior massa.

Por não dispormos de um pré-amplificador com ganho suficiente que possibilitasse o uso do acelerômetro B&K 433 (12 grs.) optou-se por um acelerômetro B&K 433 (30 grs.). A influ-

-encia de sua massa nas frequências naturais dos modelos foi analisada através de testes de excitação.

As acelerações medidas no mesmo ponto para dois acelerômetros mostraram não haver variações sensíveis nas frequências naturais da estrutura.

#### 3.4.5. Ensaio Dinâmico de Excitação dos Modelos

##### 3.4.5.1. Determinação das Frequências Naturais

Este ensaio é feito automaticamente. O excitador aumenta progressivamente a frequência de excitação, enquanto o registrador traça a curva resposta. Desta curva tira-se os valores das frequências naturais.

##### 3.4.5.2. Determinação das Amplitudes do Movimento

Excita-se o modelo apenas na região das frequências naturais e lê-se no amplificador de medidas o valor da velocidade. Como o movimento é senoidal usa-se estes valores para o cálculo das amplitudes do movimento.

##### 3.4.5.3. Medidas de Fase

Para desenhar-se os modos de vibração, é necessário determinar a relação entre os deslocamentos de vários pontos da estrutura com um ponto de referência. Para isto um segundo ace-

-lerômetro é colocado em pontos onde já se conhece a amplitude. Os sinais dos acelerômetros são levados ao osciloscópio, um para cada canal e as diferenças de fase entre eles determinadas. Todavia, problemas relacionados com estes ensaios foram encontrados e serão discutidos no capítulo seguinte.

#### CAPÍTULO IV

## CAPÍTULO IV

### Resumo

O interesse em ter-se estudado o barramento do torno IMOR P-400 500mm entre pontas, foi despertado pelo mesmo não apresentar a primeira vista características de rigidez estática satisfatórias.

Este estudo por meio de modelos reduzidos exigiu que todas as etapas do método experimental fossem executadas com a maior precisão possível a fim de que os resultados obtidos fossem significativos.

Assim, neste capítulo serão apresentadas discussões e comentários sobre o desempenho estático-dinâmico dos modelos (I) e (II) além do que a apresentação de alguns resultados numéricos de grande importância para este estudo comparativo.

Sugestões para futuras pesquisas serão propostas.

### 4.1. DISCUSSÕES E COMENTÁRIOS

Teve-se a necessidade de se controlar as condições ambiente de modo que as mesmas não acarretassem imprecisões nos resultados obtidos. Para tal foi feito o controle de umidade com o auxílio de um desumificador instalado próximo à bancada de ensaio. Todavia, nada pode ser garantido quanto às influências exercidas pelas variações de temperatura uma vez que a mesma não foi controlada.

Os ensaios realizados no modelo (I) mostraram

que o mesmo não apresenta rigidez estática satisfatória, devido principalmente ao grande número de aberturas existentes. Estas aberturas influem de maneira notória na rigidez à torção que é um fator de importância na limitação da largura de corte da referida máquina.

Verificamos também durante os testes estáticos do modelo (I) que:

- a) Sua rigidez à torção é bastante reduzida.
- b) A rigidez da guia na altura da saída de cavaco é inferior à rigidez do barramento a meio vão.
- c) A relação rigidez vertical/rigidez horizontal é diferente da unidade (embora dentro de uma faixa usual).

A partir destes resultados, idealizou-se um modelo cujas características de rigidez estática fossem melhores que as apresentadas pelo modelo (I), dando-se maior ênfase ao aumento de torção.

Em termos de um aumento na rigidez à torção e flexão, com possível acréscimo nas frequências naturais, optou-se entre vários desenhos feitos, por uma estrutura celular fechada com peso inferior à existente.

Esta estrutura em escala real será feita em chapas de aço soldadas ao invés de ferro fundido.

Devido as espessuras das chapas de acrílico, usadas no modelo (II), serem inferiores às nominais, deve-se esperar um aumento na rigidez do barramento real em relação a do modelo. Este modelo (II) possui uma única saída de cavaco situada na região de maior frequência de trabalho. É importante que u'a máqui-

-na-ferramenta permita livre queda de cavaco mas, quando a saída de cavaco prejudica seu comportamento estático-dinâmico, deve-se optar por recursos tais como parafusos, esteiras transportadoras, etc.

Os ensaios de determinação da fase para os modos de vibração dos modelos (I) e (II) foram realizados conforme referências (4,5). Os resultados obtidos não foram satisfatórios devido a dificuldade de se observar no osciloscópio a diferença de fase entre os sinais dos acelerômetros. Esses sinais muito pequenos foram devidos ao uso de uma pequena força excitadora (87 grs.).

Uma das determinações experimentais do amortecimento é feita submetendo-se a estrutura a um choque e medindo-se a sua resposta. Neste trabalho as razões de amortecimento dos modelos não foram determinadas por duas razões:

a) Experimentalmente é mostrado (12) que o amortecimento total de u'a máquina convencional é da ordem de 0,03 e menor que 0,002 para um elemento simples da máquina. Deste modo o amortecimento individual dos elementos não influi de maneira sensível no amortecimento total da máquina.

Mesmo que o amortecimento interno do ferro fundido seja maior do que o do aço não há uma influencia significativa sobre o amortecimento total da máquina.

O que realmente tem importância no estudo do amortecimento total da estrutura são os amortecimentos interfaciais nas juntas dos elementos.

b) Sendo o fator de amplificação  $Q = \frac{2}{C} \frac{C_c}{C}$ , adimensional, a extrapolação de amortecimento dos modelos reduzidos

para a estrutura real só é possível, quando o modelo e a estrutura forem construídos do mesmo material

Durante o desenvolvimento dos ensaios verificou-se que os dispositivos para aplicação das cargas e os suportes para o excitador não eram de manuseio prático e acarretavam grande perda de tempo. Em face a estes problemas, comenta-se o uso de uma furadeira radial como bancada de ensaios. Experiências foram realizadas neste sentido nos laboratórios do CETUFES, como mostra a fotografia (7). Ótimos resultados foram obtidos, reduzindo-se consideravelmente o tempo dos ensaios estático-dinâmicos. A base da máquina foi usada para fixar-se os modelos, e o porta-broca para fixação do excitador ou para aplicação das cargas, através de um avanço manual do eixo-árvore. O posicionamento é grandemente simplificado usando-se os movimentos do braço transversal e do cabeçote.

#### 4.2. RESULTADOS E CONCLUSÕES

Os modelos (I) e (II), respectivamente, apresentam três frequências naturais na faixa de  $50H_z$  a  $1000H_z$ , quando excitados em planos transversais ao eixo do barramento (fotografias 3,4). Assim existem três modos de vibração para cada estrutura na faixa de utilização da máquina.

As conclusões resultantes da comparação entre as duas estruturas são mostradas no quadro a seguir:



TABELA DOS RESULTADOS

	DIMENSAO	SIMBOLO	ESTRUTURA I	ESTRUTURA II	%
Peso	Kg	W	201	136	-33
Rigidez à Flexão V	Kg/mm	$K_V$	14.482,4	20.188,3	+40
Rigidez à Flexão H	Kg/mm	$K_H$	7.450,4	24.870,2	+234
Relação $K_V/K_H$	-	$K_V/K_H$	1,94	0,82	
Rigidez Saída de Cavaco	Kg/mm	$K_C$	7.402,0	9.992,7	+35
Rigidez à Torção	Kgm/rd	$K_T$	30.938,9	410.585,3	+1227
1 <sup>a</sup> Freq. Natural	$H_Z$	$fn_1$	81	152,5	+87
2 <sup>a</sup> Freq. Natural	$H_Z$	$fn_2$	143	228	+88

Deste quadro conclui-se que o modelo (II) apresenta uma redução de peso da ordem de 33% em relação ao modelo I. Quanto a rigidez à torção e à flexão (V e H) aumento de (13,27), (1,4), (3,34) respectivamente em relação ao modelo (I).

De fundamental importância neste quadro é a relação  $K_V/K_H$  e o acréscimo sofrido pela rigidez à torção. Conclui-se, como vimos, que estes valores nos possibilitam obter um grande aumento na largura limite de corte da máquina.

Embora a abertura para saída de cavaco esteja localizada na mesma região dos barramentos, o modelo (II) apresenta um aumento considerável de rigidez. Este aumento reflete positivamente no desempenho total da máquina.

Pode-se ainda aprimorar a eficiência de ambas estruturas das seguintes maneiras:

### MODELO I:

- 1 - Aumentar sua rigidez horizontal através de um aumento na largura de seu barramento.
- 2 - Adicionar nervuras inclinadas, em posições adequadas, visando um aumento da rigidez à torção.
- 3 - Reforçar a guia na abertura para saída de cavaco.

### MODELO II:

- 1 - Aumentar a rigidez vertical de modo que a relação  $K_V/K_H$  se aproxime da unidade.

Como análise final dos resultados, aproximações sobre os amortecimentos dos modelos podem ser feitas analisando-se os gráficos de frequência x amplitude. Destes gráficos e usando-se a relação ( $a_{dim} = \frac{P_d}{K} Q$ ) pode-se ter uma idéia do aumento da taxa de amortecimento.

### 4.3 SUGESTÕES

A fim de que pesquisas futuras sejam realizadas, dois casos de interesse são citados:

a) Para utilização dos valores obtidos como resultados absolutos, e para desenvolvimento de um programa experimental, com finalidades de estudar estruturas de máquinas-ferramenta através de modelos reduzidos, torna-se necessário o conhecimento dos efeitos de escala. Efeitos estes introduzidos por erros devidos a impossibilidade de reproduzir-se em escala reduzida certos detalhes existentes na máquina real e devido a fatores que não são

considerados. Para isto sugere-se a realização de ensaios estáticos e dinâmicos no barramento real da máquina visando determinar fatores de correção para os efeitos de escala, que poderão ser usados neste e em futuros trabalhos.

b) Um estudo do comportamento dinâmico do novo barramento (modelo II), se colocar-se nos vazios existentes na estrutura, materiais com propriedades dissipativas (ver ref. 11).

# N O M E N C L A T U R A

## SÍMBOLO

## D E F I N I Ç Ã O

$\lambda$	Fator de Escala Linear
$K_V$	Rigidez Vertical
$K_H$	Rigidez Horizontal
$E_t$	Modulo de Elasticidade
	Função do Tempo
$P_t$	Força Função do Tempo
$I$	Momento de Inércia
$\Delta$	Deflexão na Estrutura
$\ell$	Comprimento do Vão
FG	Fator Geométrico da Cé- lula de Carga
$\Delta_c$	Deflexão na Célula de Carga
H	Direção Horizontal
V	Direção Vertical
$M_t$	Momento Torsor
$\theta$	Ângulo de Torção
Q	Fator Dinâmico de Am- plificação
$C_c$	Constante de Amorteci- mento Crítico
C	Constante de Amorteci- mento

# N O M E N C L A T U R A

<u>SÍMBOLO</u>	<u>D E F I N I Ç Ã O</u>
$C/C_c$	Razão dos Amortecimentos
$K_c$	Rigidez na Saída do <u>Ca</u> vaco
$K_T$	Rigidez à Torção
$f_n$	Frequência Natural
$a_{din}$	Amplitude do Movimento Correspondente à Fre- quência Natural
$P_d$	Força Excitadora
$K$	Rigidez Estática
$M$	Momento Fletor
$P$	Força Estática
$\delta$	Deflexão Genérica
$G$	Modulo de Elasticidade Transversal
$A$	Área
$\gamma$	Pêso Específico
$g$	Aceleração da Gravi- dade
$T$	Período de Oscilação
$\Delta_t$	Deformação Função do Tempo

N O M E N C L A T U R ASÍMBOLOD E F I N I Ç Ã O

R

Fator Definido Pela Re  
lação K/E

r,m

Índices que Expressam  
a Estrutura Real ou o  
Modelo

# B I B L I O G R A F I A

- 1 - H.G. Harris, Some Experiences in the Design of a Fabricated Machine Tool Structure 8<sup>th</sup> Int. M.T.D.R. Conf. Man., pág. 377-386, 1967
- 2 - Sweeney, G. Vibration of Machine Tools, Machinery Publishing Co. LTD., 1971
- 3 - R. H. THORNLEY, Models in Machine Tool Design
- 4 - R. H. THORNLEY, Machine Tool Structures Using Model Techniques, Lecture, The Manchester College of Science and Technology
- 5 - P.E.R.A. of Great Britain, Dynamic Characteristics of a Machine Column and Ustiffened Base, Report 94
- 6 - JOURNAL OF THE PCA RESEARCH AND DEVELOPMENT LABORATORIES Janeiro de 1963
- 7 - M. Honda e T. Yasui, A Study on the rigidity of Machine Tool Structures BULLETIN OF JSME Vol. 8, Nº 30, 1965
- 8 - P.E.R.A. of Great Britain, Machine Tool Structures, Report 166
- 9 - Koegnigsberger, F. e Tlusty, J., Machine Tool Structures Vol. 1, 1<sup>o</sup> ed., 1970
- 10 - Koegnigsberger, F., Design Principles of Metal-Cutting Machine Tools
- 11 - P.E.R.A. of Great Britain, Machine Tool Structures Report.172
- 12 - J. PETERS, Damping in Machine Tool Construction, 6<sup>th</sup> Int. M.T.D.R. Conf. Man. 1965

- 13 - A. Cowley e M.A. Fawcett, Analisis of Machine Tool Structure by Computing Techniques, 8<sup>th</sup> Int. M.T.D.R. Conf. Man., pág. 119-137, 1967
- 14 - Jens Trample Broch, Mechanical Vibration and Shock Measurements, B&K
- 15 - Tobias S.A., Machine Tool Vibrations, Blakie 1965
- 16 - Welbourn & Smith, Machine - Tool Dynamics, Cambridge University Press 1970
- 17 - Macduff & Curreri, Vibration Control, Mc Graw - Hill, 1958
- 18 - N. Ignatyev, A. Kakoilo, V. Khomiakov, YU. Mikheyev, Machine Tool Design, Vol. IV, 1968
- 19 - F. M. Stausfield, Some Notes on the Use of Perspex Models for the Investigation of Machine Tool Structures, 6<sup>th</sup> Int. M.T.D.R. Conf. Man., 1965



## APÊNDICE I

### DEDUÇÃO DOS FATORES DE ESCALA:

A semelhança completa entre modelo e estrutura real é determinada por diversos fatores de escala que funcionam com constantes de proporcionalidade entre as grandezas envolvidas no problema.

#### 1 - SEMELHANÇA GEOMÉTRICA

Descrita pelo fator de escala linear ( $\lambda$ ) que relaciona as dimensões da estrutura real com às correspondentes do modelo.

$$\lambda = \frac{\ell_r}{\ell_m} = \frac{\text{dimensão na estrutura real}}{\text{dimensão no modelo}}$$

#### 2 - SEMELHANÇA DAS CONDIÇÕES DE CARREGAMENTO

##### 2.1. - Carregamento Estático

Descrito pelo fator de escala ( $X_E$ ) que estabelece a proporção entre forças, aplicadas ou medidas, no modelo e as correspondentes na estrutura real.

$$X_E = \left( \frac{F_r}{F_m} \right) = \frac{\text{Forças na Estrutura Real}}{\text{Forças no Modelo}}$$

##### 2.2. - Carregamento Dinâmico

Neste caso o relacionamento entre modelo e estrutura real é feito através do fator de escala linear ( $\lambda$ ) e do fator de escala do tempo ( $\sigma$ ).

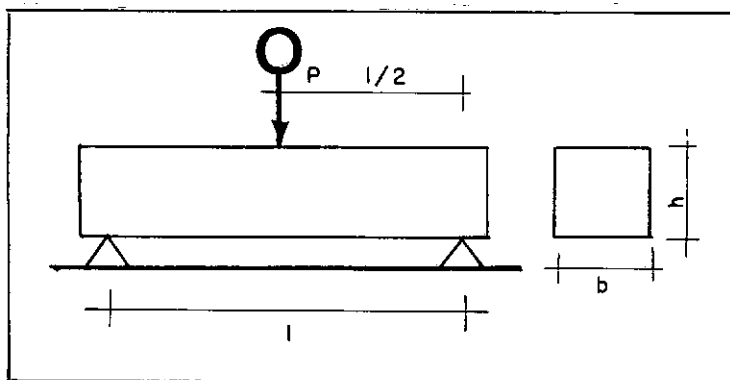
### 2.2.1. - Fator de Escala do Tempo

Este fator relaciona os períodos de oscilações na estrutura real e no modelo.

$$\sigma = \frac{T_r}{T_m} = \frac{\text{Período de Oscilação na Estr. Real}}{\text{Período de Oscilação no Modelo}}$$

## 3 - FLEXÃO ESTÁTICA

A dedução dos fatores de escala envolvidos na flexão estática é feita aplicando-se a teoria de modelos reduzidos a uma viga simplesmente apoiada com uma carga concentrada a meio vão.



O relacionamento entre deflexões e carregamento é dado pela equação da linha elástica.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = - \frac{M}{EI} \quad (1)$$

Aplicando-se a equação (1) em ambas as estruturas:

$$\frac{d^2 y_r}{d x_r^2} = - \frac{M}{E_r I_r} \quad (2)$$

$$\frac{d^2 x_m}{d x_m^2} = - \frac{M_m}{E_m I_m} \quad (3)$$

Com a definição de ( $\tau$ ) em:

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

$$\frac{I_r}{I_m} = \lambda^4 \quad (4)$$

$$\frac{dy_r}{dx_r} = \frac{dy_m}{dx_m} \quad (5)$$

$$\frac{d^2 y_r}{d x_r^2} = \frac{1}{\lambda} \frac{d^2 y_m}{d x_m^2} \quad (6)$$

O momento é dado por:

$$M = \frac{P \cdot \ell}{2} \quad (7)$$

Com as definições de ( ) e ( $X_E$ ) na equação (7)

temos:

$$\frac{M_r}{M_m} = \lambda X_E \quad (8)$$

Substituindo-se (4), (6) e (8) em (2):

$$X_E = \lambda^2 \frac{E_r}{E_m} \quad (9)$$

OBSERVAÇÃO: Quando a estrutura real e o modelo são construídos de

mesmo material:

$$X_E = \lambda^2 \quad (9a)$$

### 3.1. - Rigidez à Flexão

Fazendo:

$K_r$  = rigidez à flexão da estrutura real.

$K_m$  = rigidez à flexão do modelo.

sendo:

$$K = \frac{F}{\sigma} \quad (10)$$

Aplicando-se a equação (10) às duas estruturas e substituindo-se os fatores de escala das grandezas (F) e ( ) temos:

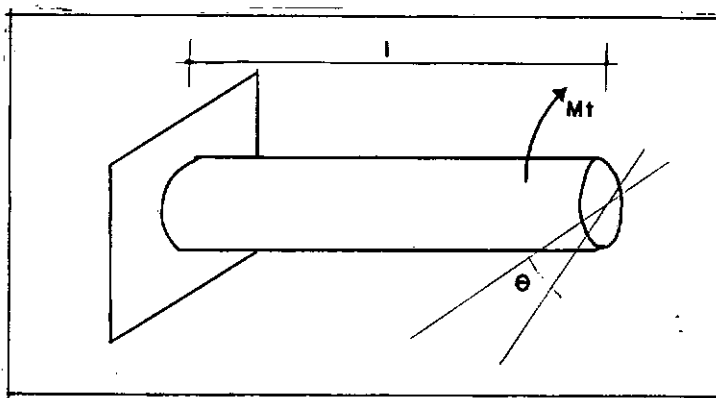
$$\frac{K_r}{K_m} = \lambda \frac{E_r}{E_m} \quad (11)$$

OBSERVAÇÃO: Para estruturas de mesmo material

$$\frac{K_r}{K_m} = \lambda \quad (11a)$$

## 4 - TORÇÃO ESTATICA

A condição de semelhança geométrica impõe que os ângulos de torção sejam iguais. Para a dedução dos fatores de escala envolvidos na torção usa-se como elemento estrutural um eixo de secção circular sujeito à um momento torsor.



O ângulo de torção para um elemento circular de comprimento ( $l$ ), sujeito a um Momento Torsor ( $M_t$ ) é dado por:

$$\theta = \frac{M_t l}{G J} \quad (12)$$

ainda:

$$\theta_r = \frac{M_{tr} l_r}{G_r J_r} \quad (13)$$

$$\theta_m = \frac{M_{tm} m}{G_m J_m} \quad (14)$$

mas:

$$\theta_m = \theta_r = \theta \quad (15)$$

$$\frac{J_r}{J_m} = \lambda^4 \quad (16)$$

$$\frac{M_{tr}}{M_{tm}} = \lambda X_E \quad (17)$$

portanto:

$$X_E = \lambda^2 \frac{G_r}{G_m} \quad (18)$$

na flexão temos:

$$X_E = \lambda^2 \frac{E_r}{E_m} \quad (9)$$

Isto impõe que os materiais tenham as mesmas relações (E/G) para que a semelhança seja completa.

#### 4.1. - RIGIDEZ TORSIONAL

Fazendo:

$K_{Tr}$  = rigidez torsional da estrutura real.

$K_{Tm}$  = rigidez torsional do modelo

sendo:

$$K_T = \frac{M_t}{\theta} \quad (19)$$

Aplicando-se as equações (17) e (18) na equação (19) para as duas estruturas temos:

$$\frac{K_{Tr}}{K_{Tm}} = \lambda^3 \frac{G_r}{G_m} \quad (20)$$

para estruturas de mesmo material

$$\frac{K_{Tr}}{K_{Tm}} = \lambda^3 \quad (21)$$

### 5 - SEMELHANÇA DINÂMICA

#### 5.1. - Flexão Dinâmica

Os fatores que definem a semelhança na flexão dinâmica são deduzidos de maneira análoga à flexão estática.

O elemento estrutural usado na dedução é uma viga vibrante de secção uniforme suportada por dois apoios.

A equação diferencial do movimento é dado por:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = - \mu \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (22)$$

onde:

$$\mu = \frac{A \gamma}{g}$$

(é a massa por unidade de comprimento da viga).

Na equação (20)

$$\frac{\sigma^2}{\lambda^2} = \frac{\gamma_r}{\gamma_m} \frac{E_m}{E_r}$$

ou

$$\sigma = \lambda \sqrt{\frac{\gamma_r E_m}{\gamma_m E_r}} \quad (23)$$

Para estruturas de mesmo material:

$$\sigma = \lambda$$

OBSERVAÇÃO: No acrílico ( $E_m$ ) é função da frequência, ver referência (3).

## 5.2. - Fator de Escala da Frequência

É determinado a partir do fator de escala do tempo.

$$f = \frac{1}{T} \quad (24)$$

$$f_r = \frac{1}{T_r} \quad (25)$$

$$f_m = \frac{1}{T_m} \quad (26)$$

$$\frac{f_r}{f_m} = \frac{T_m}{T_r} = \frac{1}{\sigma}$$

ainda:

$$\frac{f_r}{f_m} = \frac{1}{\lambda \sqrt{\frac{\sigma_r E_m}{\sigma_m E_r}}} \quad (27)$$

ou

$$\frac{f_r}{f_m} = \frac{1}{\lambda} \quad (28)$$

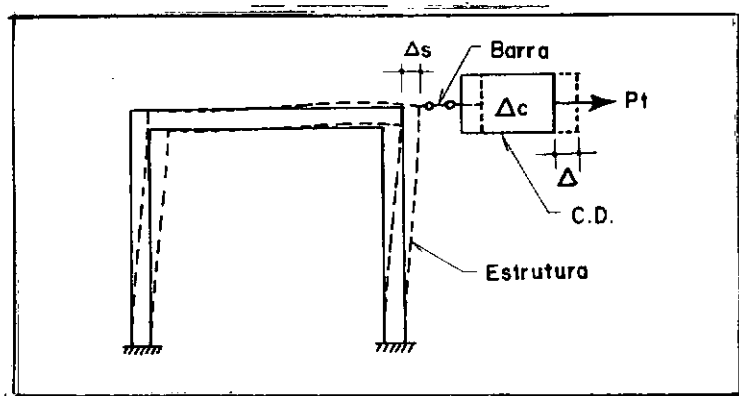


## APÊNDICE II

### MÉTODO DA DEFLEXÃO CONSTANTE PARA DETERMINAÇÃO DA RIGIDEZ

Duas ou mais estruturas em acrílico, ligadas por barras rígidas, terão deformações constantes em todos os pontos, quando, deslocadas de uma quantidade ( $\Delta$ ) em um ponto.

Esta propriedade é usada nos ensaios de rigidez, ligando-se a estrutura através de uma barra rígida à célula de deflexões (C.D.).



A deflexão ( $\Delta$ ) é aplicada através da célula de deflexões. Esta se deforma e indica uma deflexão ( $\Delta_c$ ). Na estrutura mede-se uma deflexão ( $\Delta_s$ ), também constante.

É demonstrado experimentalmente (6) que  $\left(\frac{P_t}{E_t}\right)$  nestas condições é constante para ambas as estruturas.

Conhecendo-se o fator geométrico (FG) da C.D. e, os valores ( $\Delta_c$ ) e ( $\Delta$ ) determina-se a rigidez da estrutura para o ponto onde ( $\Delta_s$ ) é medido.

Na célula de deflexões temos:

$$\Delta_c = \frac{1}{FG} \times \left( \frac{P_t}{E_t} \right) \quad (1)$$

Na estrutura

$$\Delta_s = \frac{1}{R} \left( \frac{P_t}{E_t} \right) \quad (2)$$

onde:

FG → fator geométrico de C.D.

R → fator definido por

$$R = \frac{K}{E} \quad (3)$$

para a estrutura

Como (E) para o acrílico é função de tempo, extrapola-se o valor de (R) para a estrutura real e, calcula-se a rigidez real ( $R_r$ ).

$$R_r = \lambda R_m \quad (4)$$

e

$$K_r = R_r E_r \quad (5)$$

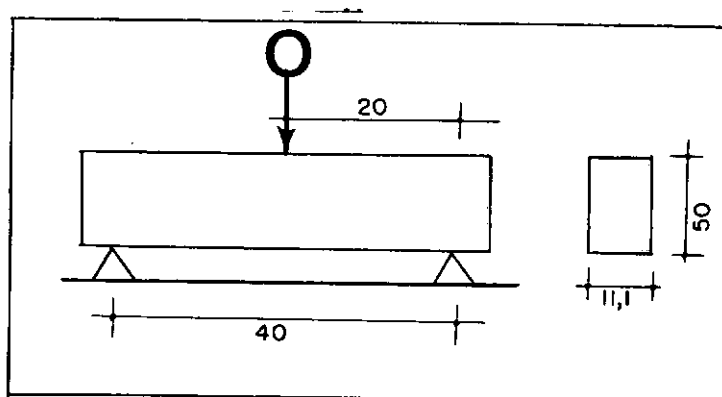
# APÊNDICE III

## RESUMO DE CÁLCULOS

### ENSAIOS ESTÁTICOS

#### 1 - Aferição da célula de deformações (C.D.)

Para aferição do C.D. usou-se uma estrutura auxiliar, em acrílico, de rigidez conhecida, simplesmente apoiada como mostra a figura.



$\Delta_c$  - leitura na célula de deformações

$\Delta$  - leitura da flecha a meio vão

$$\Delta = \frac{\ell^3}{48I} \times \frac{P_t}{E_t} \text{ (mm)} \quad (1)$$

donde

$$\frac{P_t}{E_t} = \frac{48I}{\ell^3} \Delta \quad (2)$$

ou

$$\frac{P_t}{E_t} = 0,087 \Delta \quad (3)$$

A relação entre a flecha e a carga na C.D. é dada por:

$$\frac{P_t}{E_t} = FG \times \Delta_c \quad (4)$$

FG → fator geométrico da C.D. sendo (3) = (4)

$$FG = 0,087 \left( \frac{\Delta}{\Delta_c} \right)_{\text{médio}} \text{ (mm)} \quad (5)$$

do ensaio de aferição temos:

$$\left( \frac{\Delta}{\Delta_c} \right)_{\text{médio}} = 3,4$$

então:

$$FG = 0,2958 \text{ mm}$$

2 - Rigidez estática a flexão com o uso da C.D.

$\Delta_c$  → deflexão na C.D.

$\Delta$  → deflexão no modelo

R → fator definido pela relação

$$R = \frac{K}{E} \quad (6)$$

Para o modelo

$$\left( \frac{P_t}{E_t} \right)_m = R_m \times \Delta \quad (7)$$

Para C.D.

$$\frac{P_t}{E_t} = 0,2958 \times \Delta_c \quad (8)$$

$$(7) = (8)$$

$$R_m = 0,2958 \frac{\Delta_c}{\Delta} \text{ (mm)} \quad (9)$$

$$R_m = 0,2958 \times 10^{-3} \frac{\Delta_c}{\Delta} \text{ (m)} \quad (9a)$$

$$R_r = \lambda R_m \quad (10)$$

$r \rightarrow$  índice da estrutura real

$m \rightarrow$  índice do modelo

$$R_r = \lambda \times 0,2958 \times \frac{\Delta_c}{\Delta} \times 10^{-3} \text{ (m)} \quad (10a)$$

Na equação (6) temos:

$$R_r = \frac{K_r}{E_r} \quad (6a)$$

Substituindo (10a) em (6a)

$$K_r = 0,2958 \lambda E_r \frac{\Delta_c}{\Delta} \text{ Kg/mm} \quad (11)$$

onde

$$\lambda = 2$$

$$E_r = 13,6 \times 10^3 \text{ Kg/mm}^2 \text{ (ferro fundido)}$$

$$E_r = 21 \times 10^3 \text{ Kg/mm}^2 \text{ (aço)}$$

temos:

Para o ferro fundido

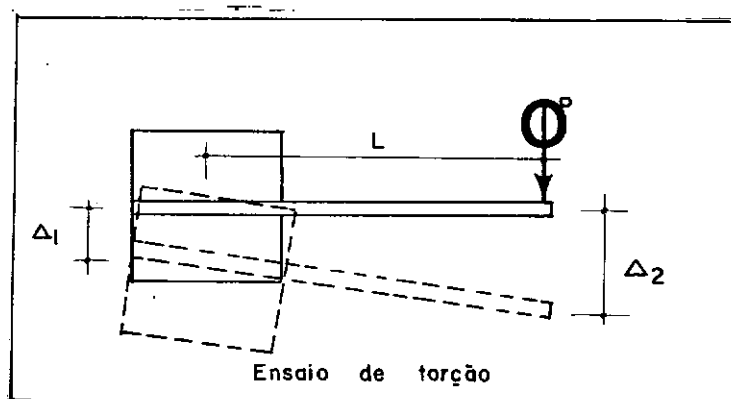
$$K_r = 8045,76 \left( \frac{\Delta_c}{\Delta} \right) \text{ Kg/mm} \quad (12)$$

Para o aço

$$K_r = 12.423,6 \left( \frac{\Delta_c}{\Delta} \right) \text{ Kg/mm} \quad (12a)$$

### 3 - RIGIDEZ ESTÁTICA À TORÇÃO COM USO DA C.D.

#### 1º Caso



Por definição

$$K_T = \frac{M_t}{\theta} = \frac{P \times d}{\theta} \quad (13)$$

No ponto (1) temos

$$K_r = \frac{P_r}{\Delta_r} \quad (14)$$

onde

$$\Delta_r = \lambda (\Delta_2 - \Delta_1) \quad (15)$$

e

$$K_{Tr} = \frac{P_r \times \ell_r}{\theta} \quad (16)$$

onde

$$\ell_r = \lambda \ell \quad (17)$$

$$= \text{arctg.} \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{\ell} \text{ (rd)} \quad (18)$$

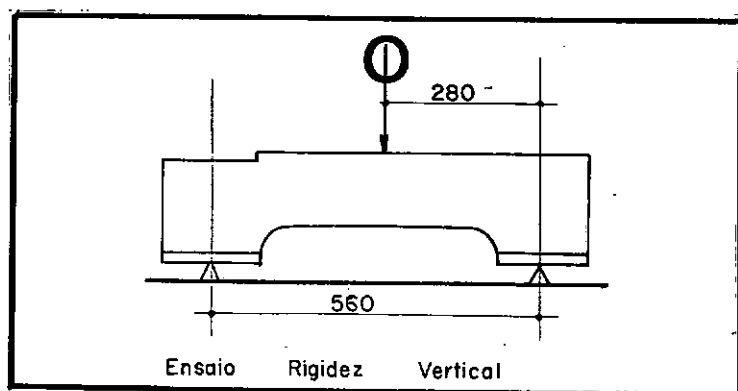
Substituindo as equações (14), (15) em (16) te

$$K_{TR} = \frac{K_r \times h^2 \times \ell (\Delta_2 - \Delta_1) \times 10^{-3}}{\arctg \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{\ell}} \quad \text{Kg} \times \text{m/rd} \quad (17)$$

Aplicação das Equações (12), (12a) e (17) aos Resultados dos Ensaio.

#### A - Barramento Convencional

A1 - Resultado da Rigidez Vertical ( $K_{rV}$ )

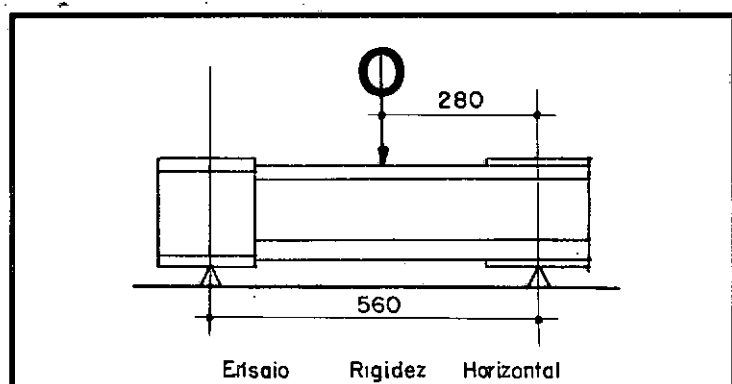


Equação (12)

$$K_r = 8045,76 \left( \frac{\Delta_c}{\Delta} \right)_{\text{médio}} \quad (12)$$

$$\left( \frac{\Delta_c}{\Delta} \right)_{\text{médio}} = 1,8$$

$$K_{rV} = 14.482,368 \text{ Kg/mm}$$

A2 - Resultado da Rigidez Horizontal ( $K_{rH}$ )

Equação (12)

$$K_r = 8045,76 \left( \frac{\Delta_c}{\Delta} \right)_{\text{médio}} \quad (12)$$

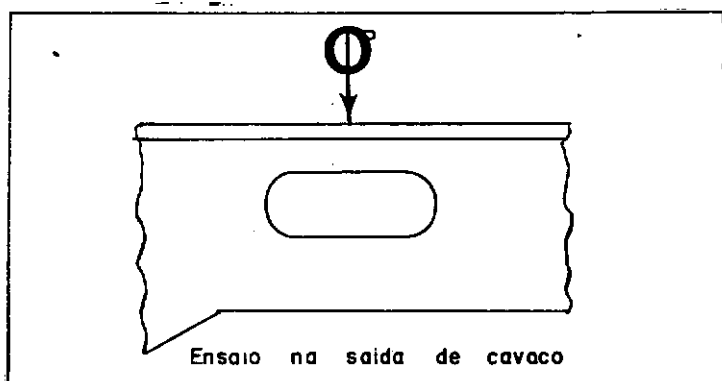
$$\left( \frac{\Delta_c}{\Delta} \right)_{\text{médio}} = 0,926$$

$$K_{rH} = 7450,374 \text{ Kg/mm}$$

A3 - Relação ( $K_{rV}/K_{rH}$ )

$$\frac{K_{rV}}{K_{rH}} = 1,94$$

## A4 - Resultado da Rigidez na saída de cavaco





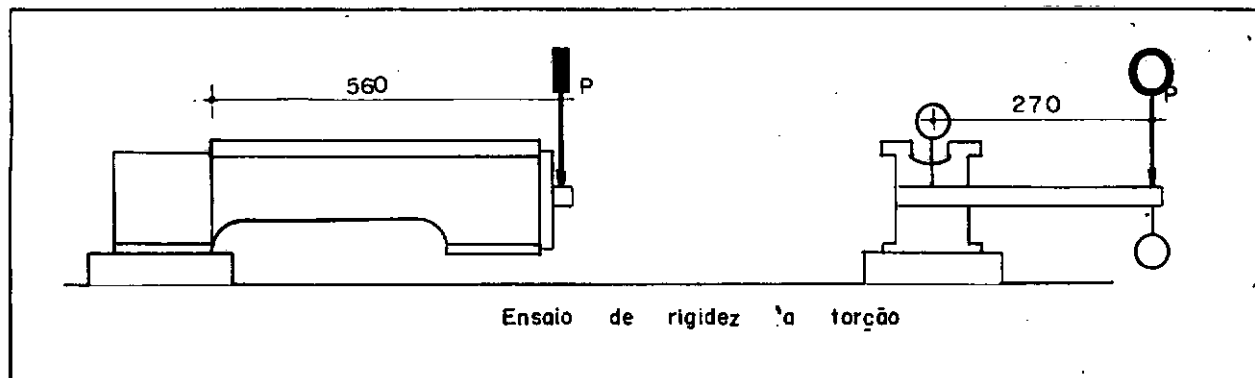
Equação (12)

$$K_r = 8045,76 \left( \frac{\Delta_c}{\Delta} \right)_{\text{médio}}$$

$$\left( \frac{\Delta_c}{\Delta} \right)_{\text{médio}} = 0,92$$

$$K_r = 7402,0 \text{ Kg/mm}$$

A5 - Resultado da Rigidez à torção



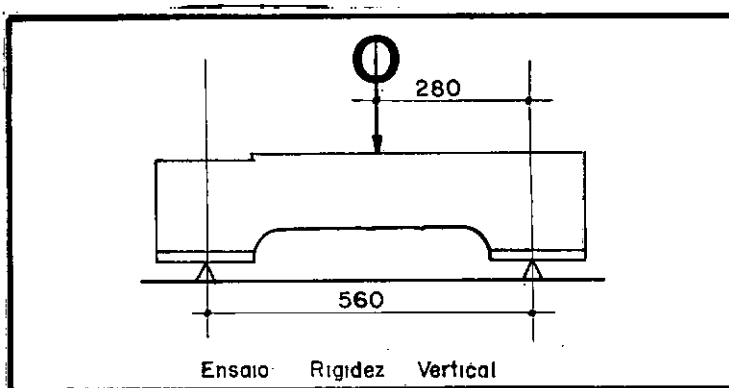
Equação (15)

$$K_{Tr} = \frac{K_r \times h^2 \times \ell (\Delta_2 - \Delta_1) \times 10^3}{\arctg \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{\ell}} \quad (15)$$

$$K_{Tr} = 30.938,9 \text{ Kg x m/rd}$$

B - Novo Barramento

B1 - Resultado da Rigidez Vertical ( $K_{rV}$ )



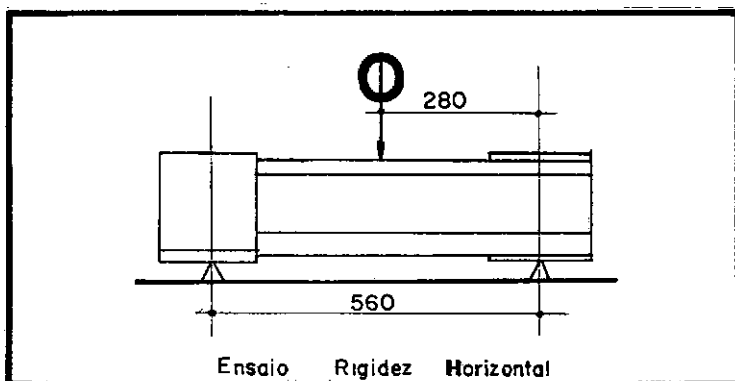
Equação (12a)

$$K_r = 12.423,6 \left( \frac{\Delta_c}{\Delta} \right)_{\text{médio}}$$

$$\left( \frac{\Delta_c}{\Delta} \right)_{\text{médio}} = 1.62$$

$$K_{rV} = 20.188,35 \text{ Kg/mm}$$

B2 - Resultado da Rigidez Horizontal



Equação (12a)

$$K_r = 12.423,6 \left( \frac{\Delta_c}{\Delta} \right)_{\text{médio}}$$

(12a)

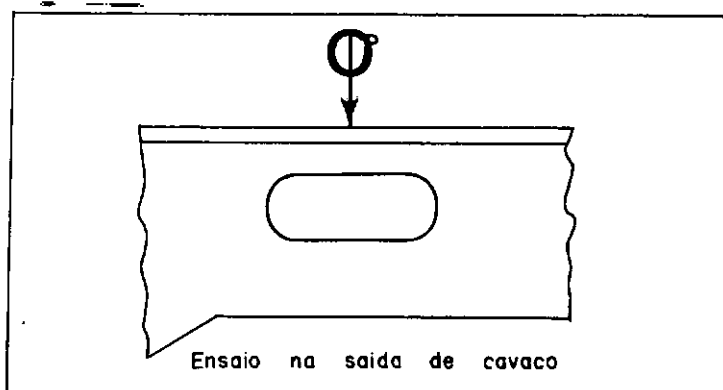
$$\left(\frac{\Delta_c}{\Delta}\right)_{\text{médio}} = 2,0$$

$$K_{rH} = 24.847,200 \text{ Kg/mm}$$

B3 - Relação ( $K_{rV}/K_{rH}$ )

$$\frac{K_{Vr}}{K_{Hr}} = 0,815$$

B4 - Resultado de Rigidez na saída de cavaco



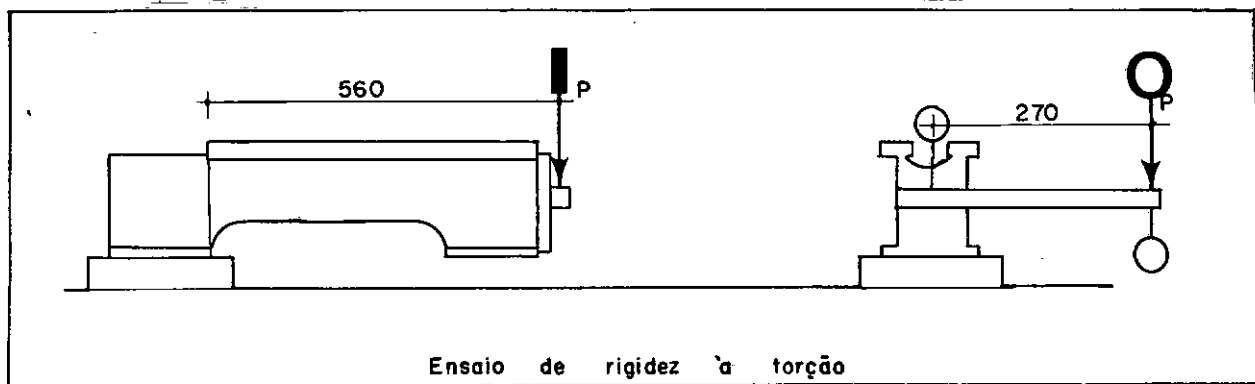
Equação (12a)

$$K_r = 12.423,6 \left(\frac{\Delta_c}{\Delta}\right)_{\text{médio}}$$

$$\left(\frac{\Delta_c}{\Delta}\right)_{\text{médio}} = 0,804$$

$$K_r = 9992.7 \text{ Kg/mm}$$

## B5 - Resultado de Rigidez à torção

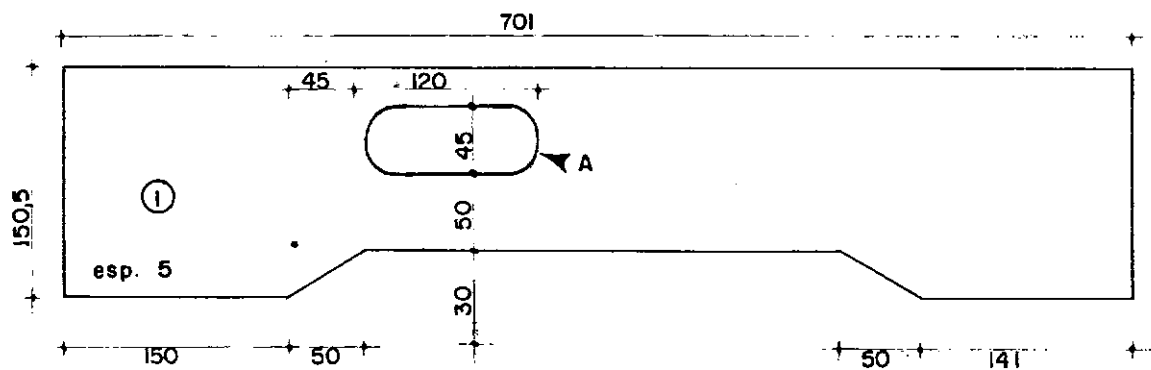


Equação (15)

$$K_{Tr} = \frac{K_r \times h^2 \times \ell (\Delta_2 - \Delta_1) \times 10^3}{\arctg \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{\ell}} \quad (15)$$

$$K_{Tr} = 410.585,3 \text{ Kg/mm}$$





obs. 2 peças ① uma c/  
furo A outra sem furo

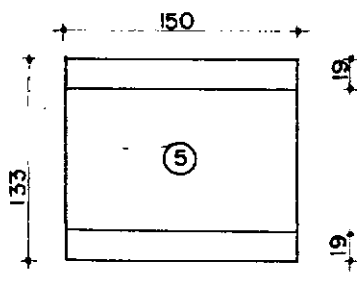
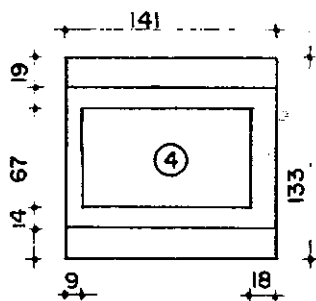
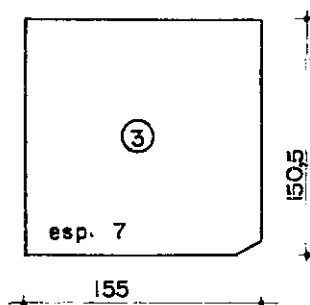
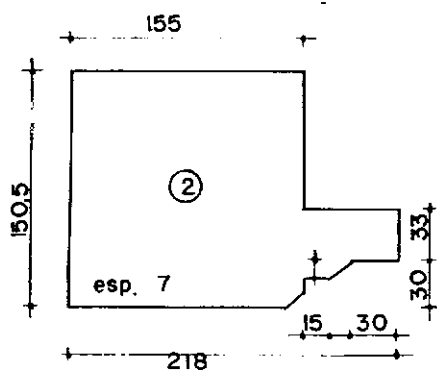


FIG (1A)

obs. as cotas são dadas em mm

Esc. 1:5

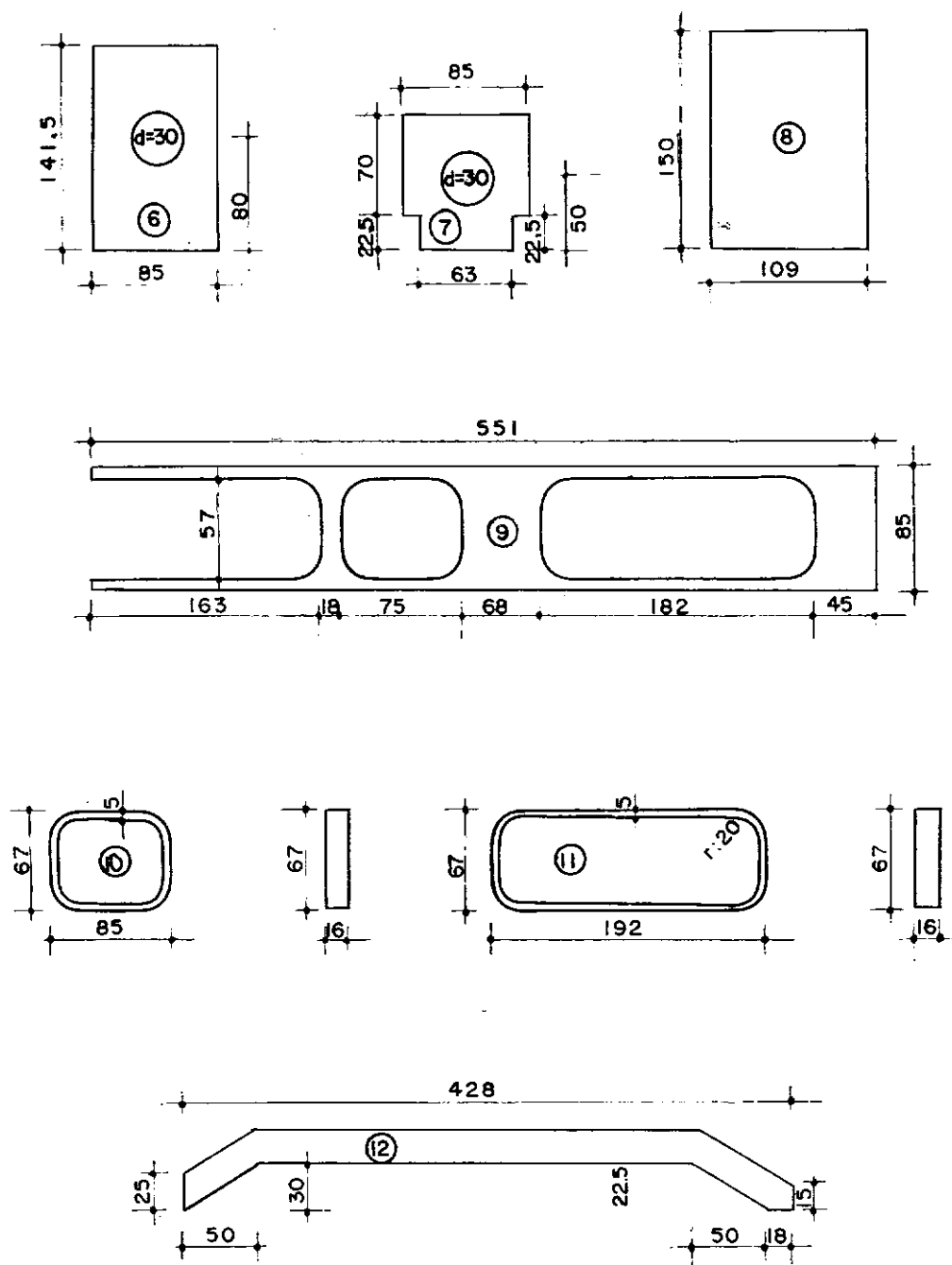
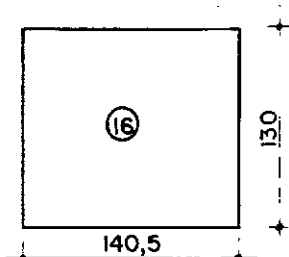
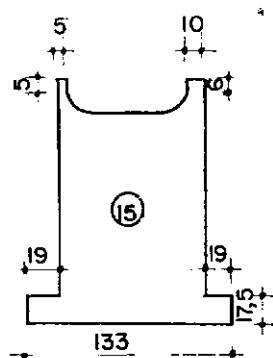
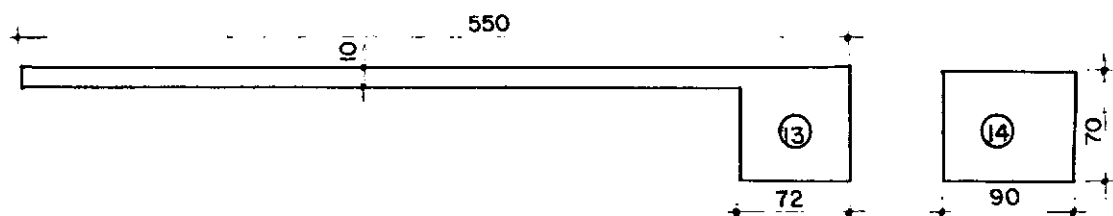


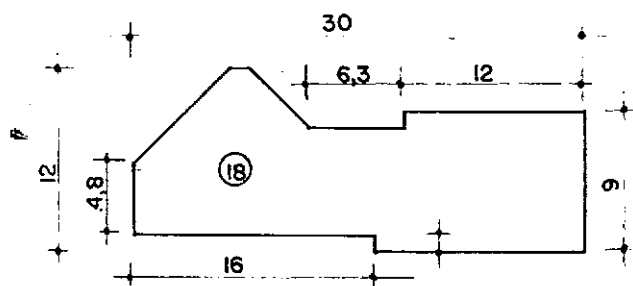
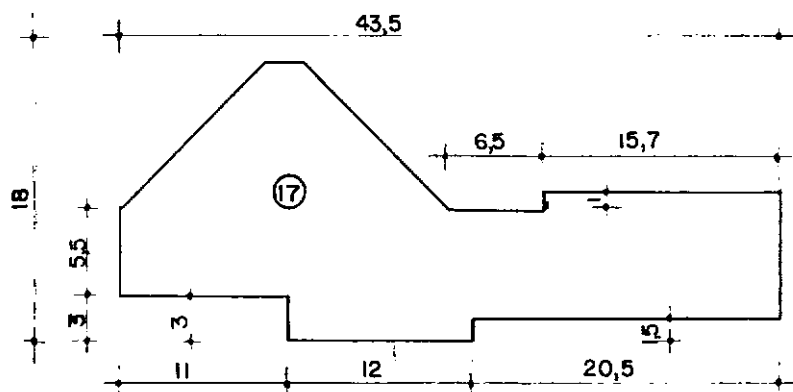
FIG (1B)

obs. as cotas são em mm

ESC. 1 : 5



ESC: 1:5



ESC: 2:1

FIG (1C)

obs. as cotas são em mm



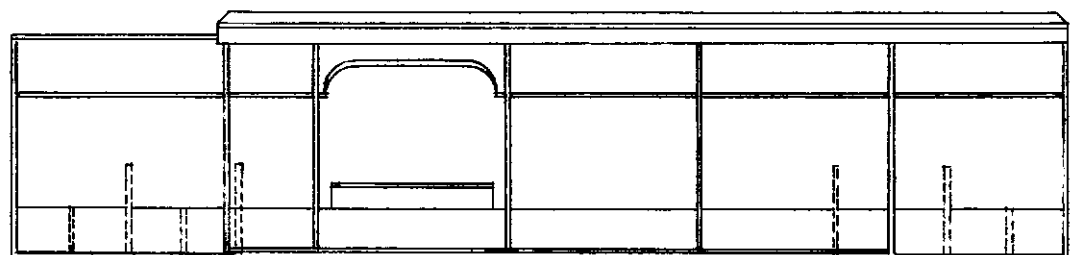
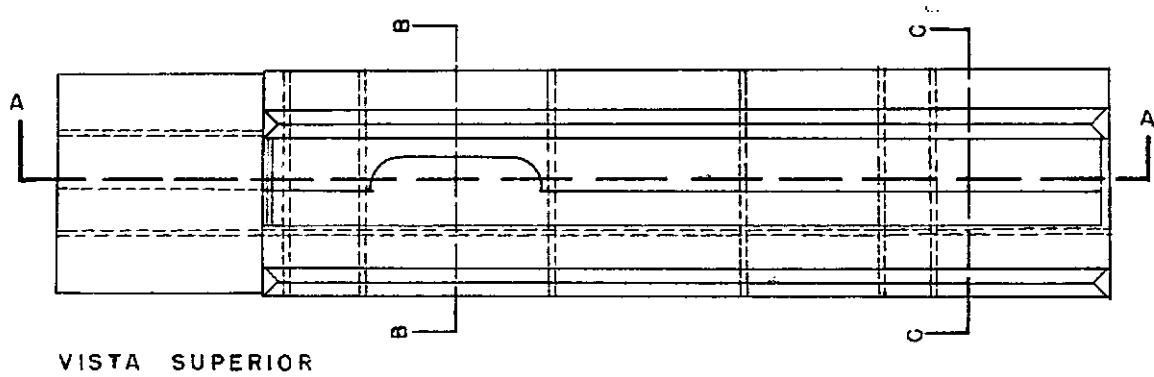
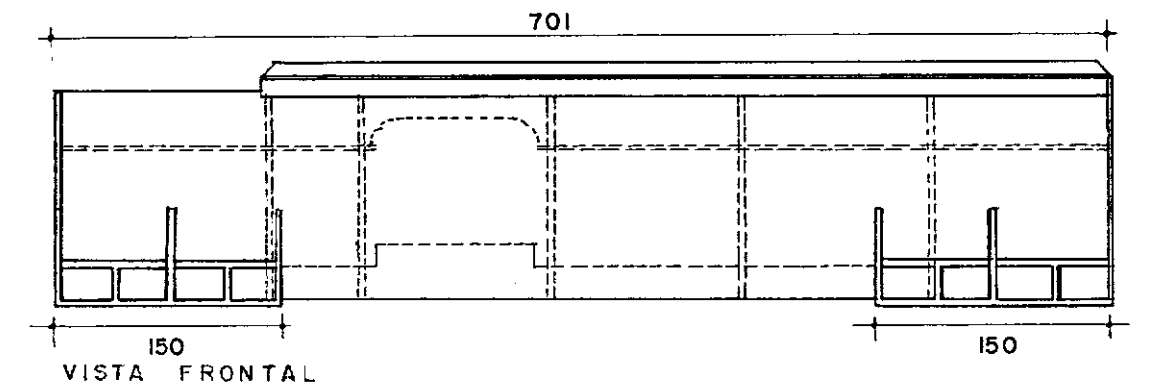
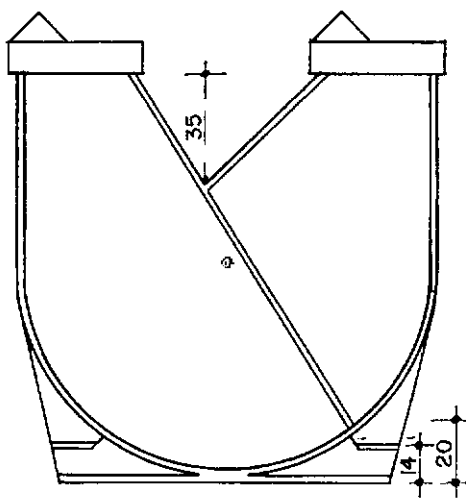
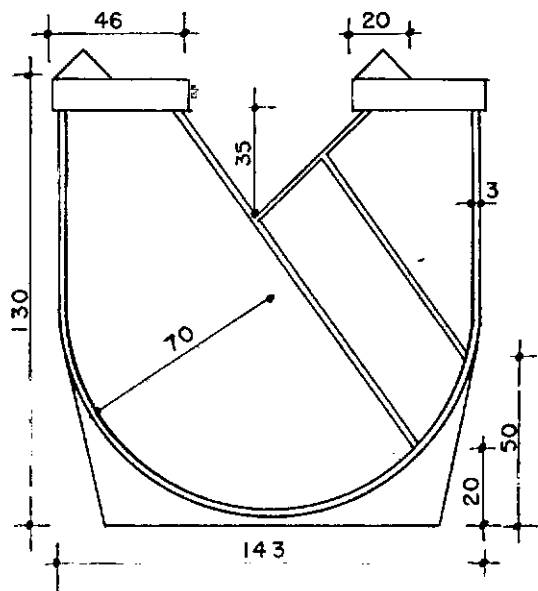
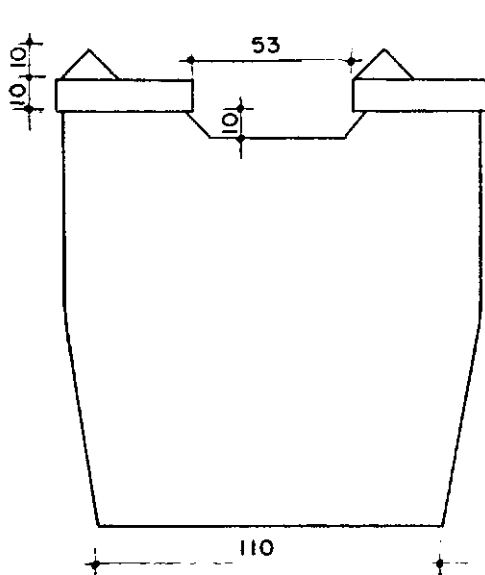


FIG (2)



obs. as cotas são em mm

FIG (2A)

ESC. 2 : 5

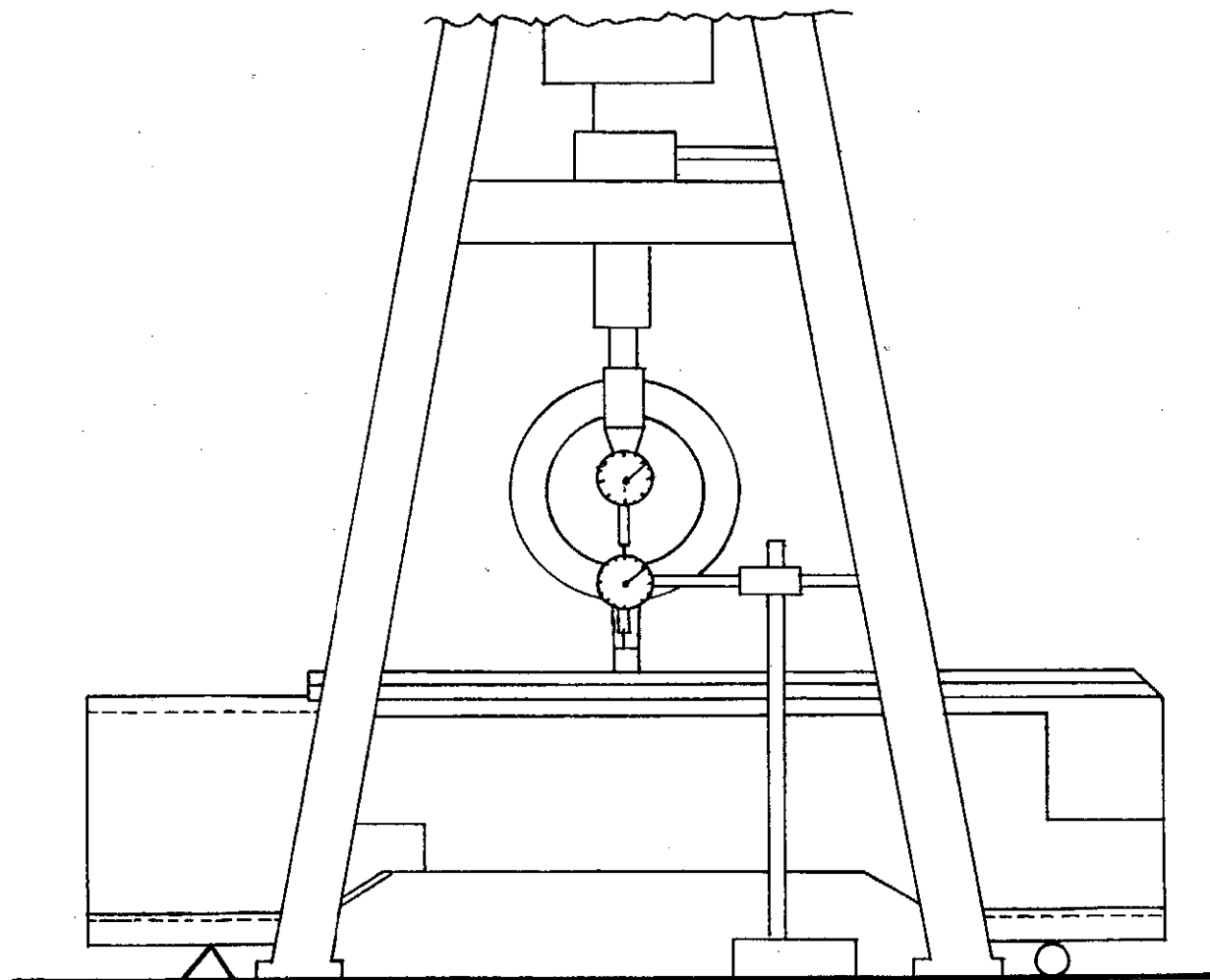


FIG (3) MONTAGEN DE UM ENSAIO DE FLEXÃO ESTATICA

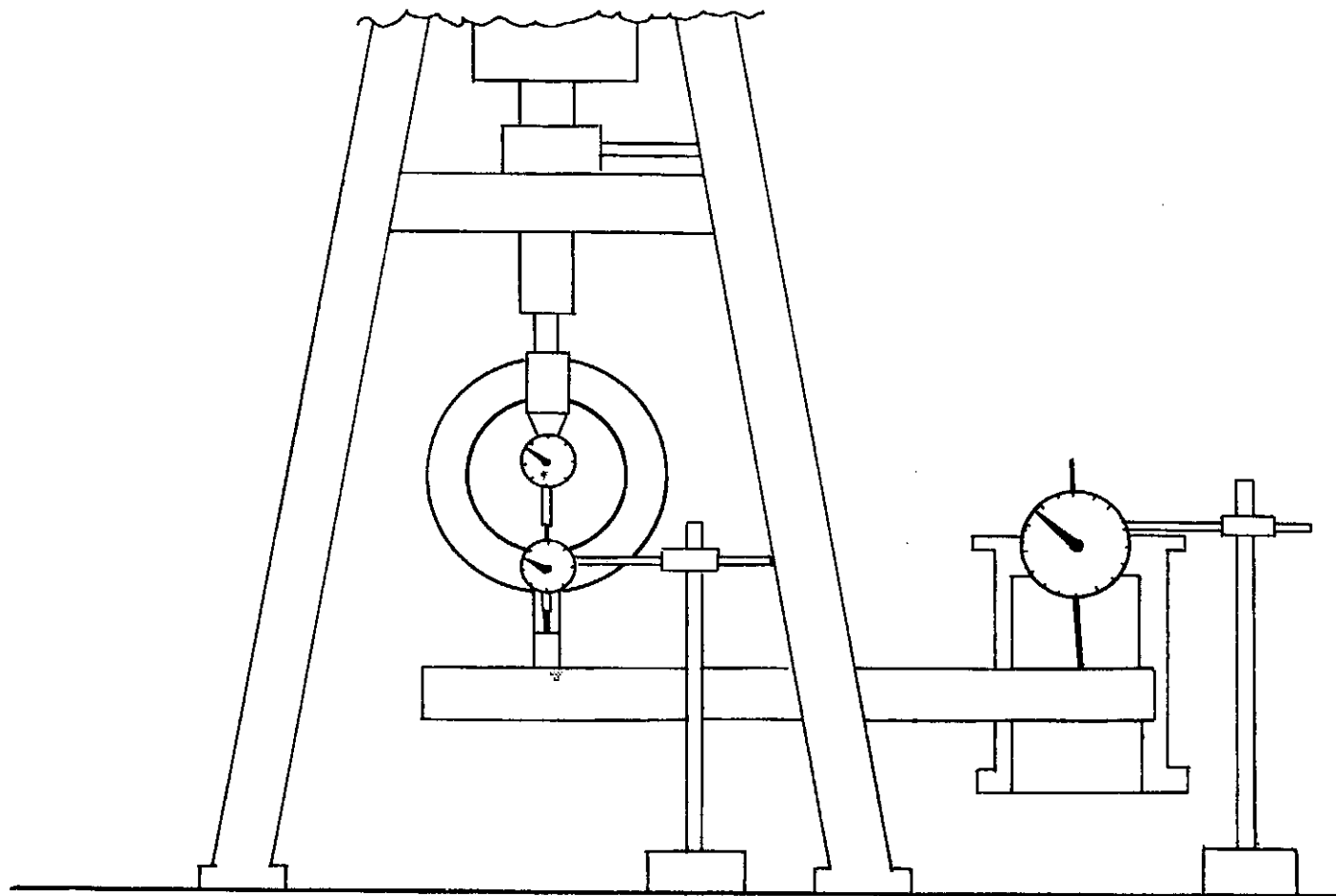


FIG (3a) MONTAGEN DE UM ENSAIO DE TORÇÃO

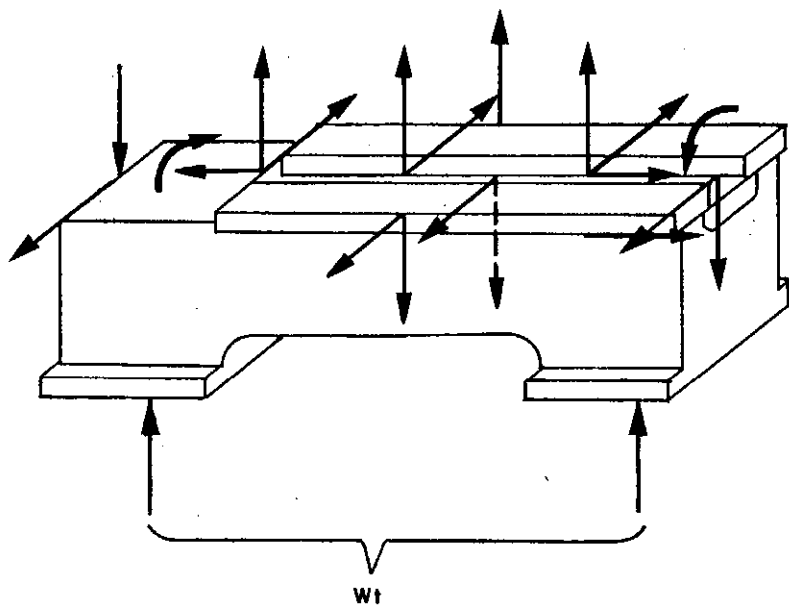


Fig ( 5 )

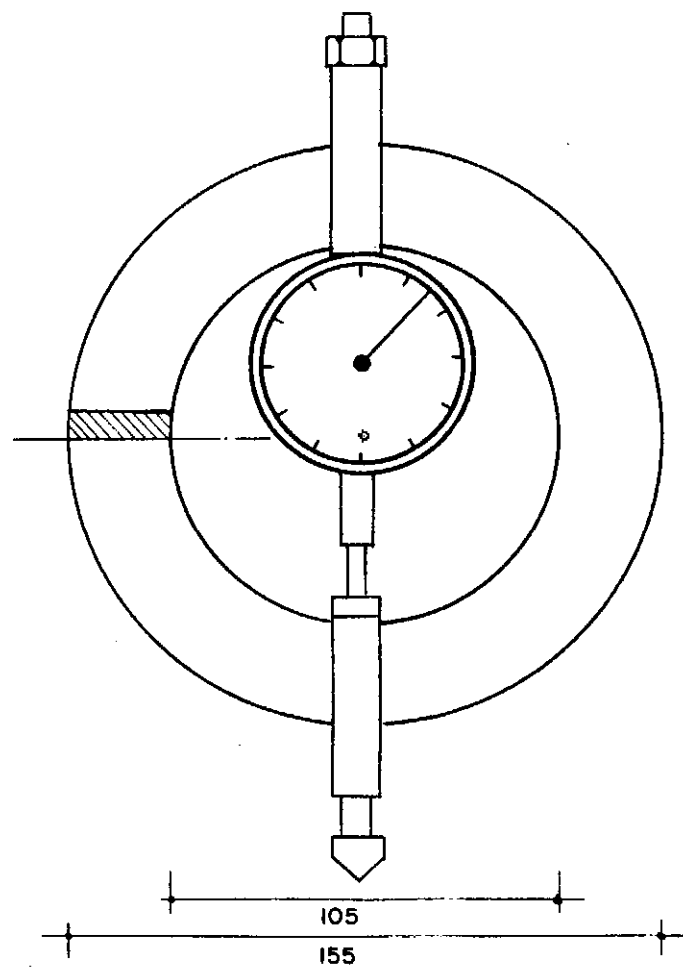
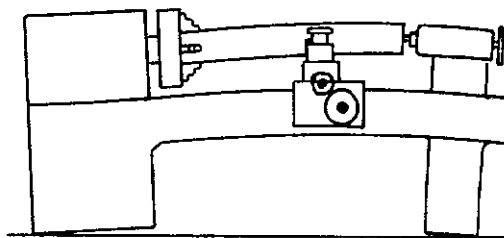
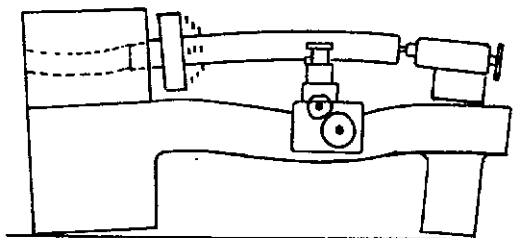


Fig ( 4 )

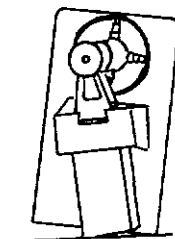
- (a) Distorção devido a componente axial da força de corte



- (b) Distorção devido a componente tangencial da força de corte



- (c) Distorção devido ao momento torçor



- (d) Distorção devido a componente radial da força de corte

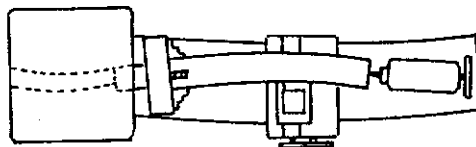


Fig ( 6 ) Distorção em um torno quando sujeito a força de corte

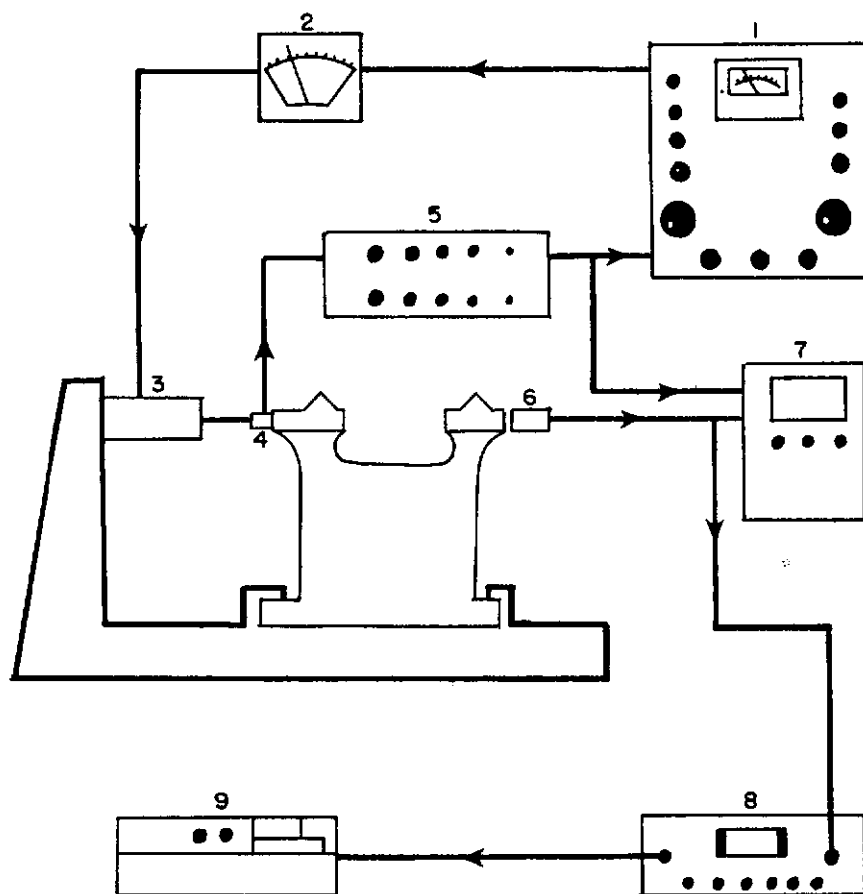
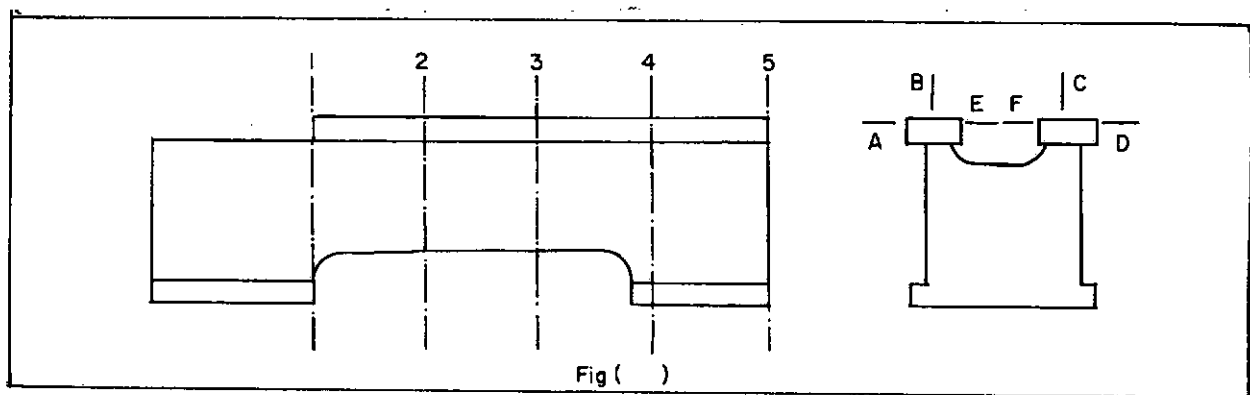


FIG ( 7 ) CIRCUITO DE ENSAIO DINÂMICO

- 1 - GERADOR DE SINAL
- 2 - MILIAMPERIMETRO
- 3 - EXITADOR ELETRODINAMICO
- 4 - ACELEROMETRO
- 5 - PREAMPLIFICADOR DE ACELEROMETRO
- 6 - TRANSDUTOR MAGNETICO DE VELOCIDADE
- 7 - OSCILOSCOPIO DE DOIS CANAIS
- 8 - MEDIDOR AMPLIFICADOR
- 9 - GRAVADOR

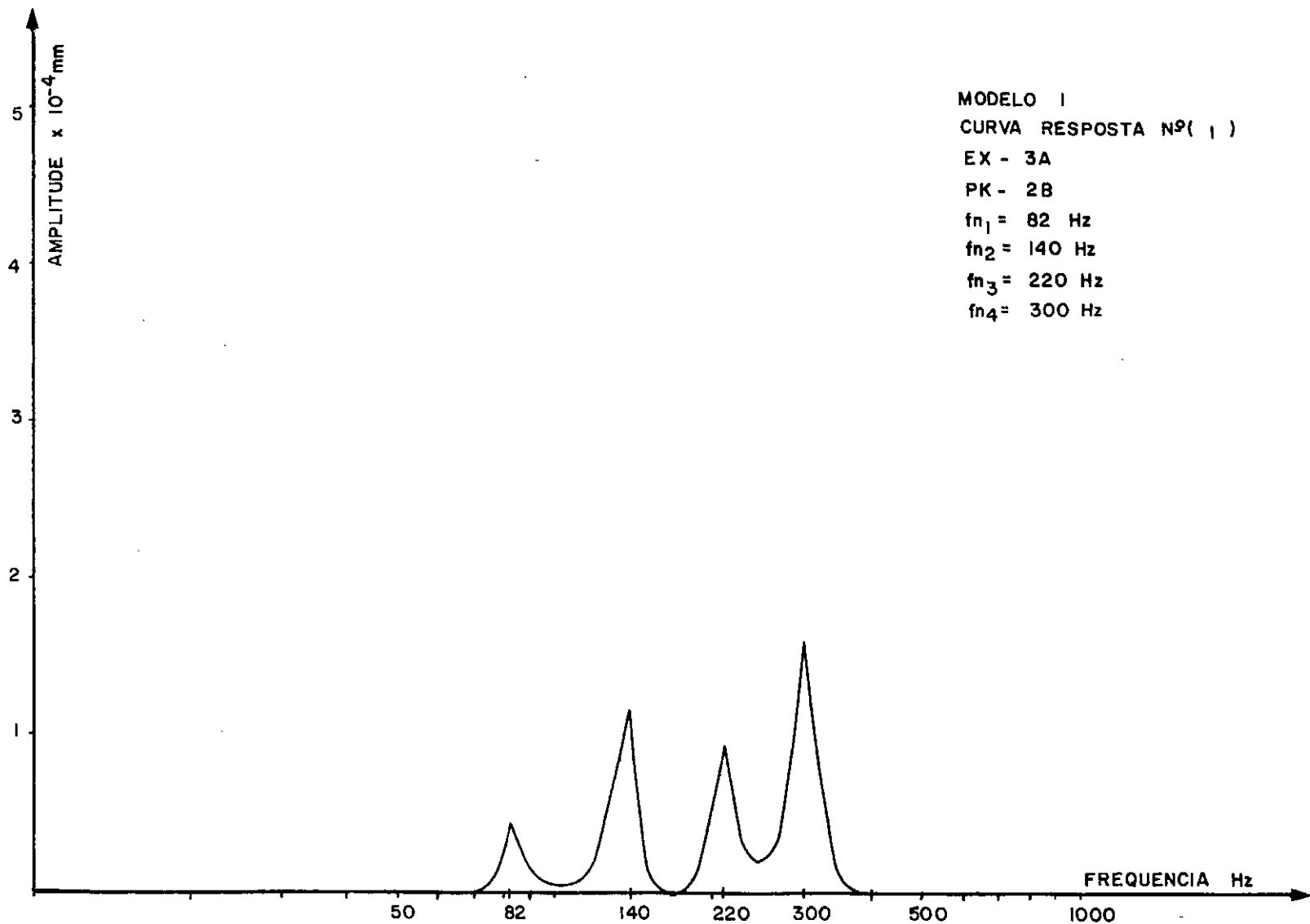


O esquema acima mostra as secções e os pontos estudados. Onde a referência numérica identifica a secção, a referência alfabética a direção.

Nos gráficos resposta apresentados, (EX) corresponde ao ponto de excitação, e PK ao ponto onde a velocidade foi medida.

OBSERVAÇÃO: A força de excitação foi mantida durante todos ensaios igual a  $P_d = 87$  grs.





AMPLITUDE x  $10^{-4}$  mm

2,5

2

1,5

1

0,5

MODELO II

CURVA RESPOSTA Nº ( 2 )

EX - 3A

PK - 2B

$f_{n1}$  = 160 Hz

$f_{n2}$  = 270 Hz

FREQUENCIA Hz

50

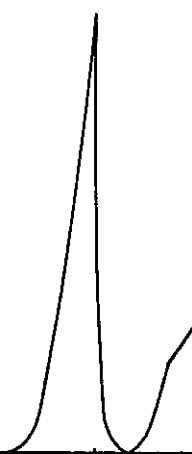
100

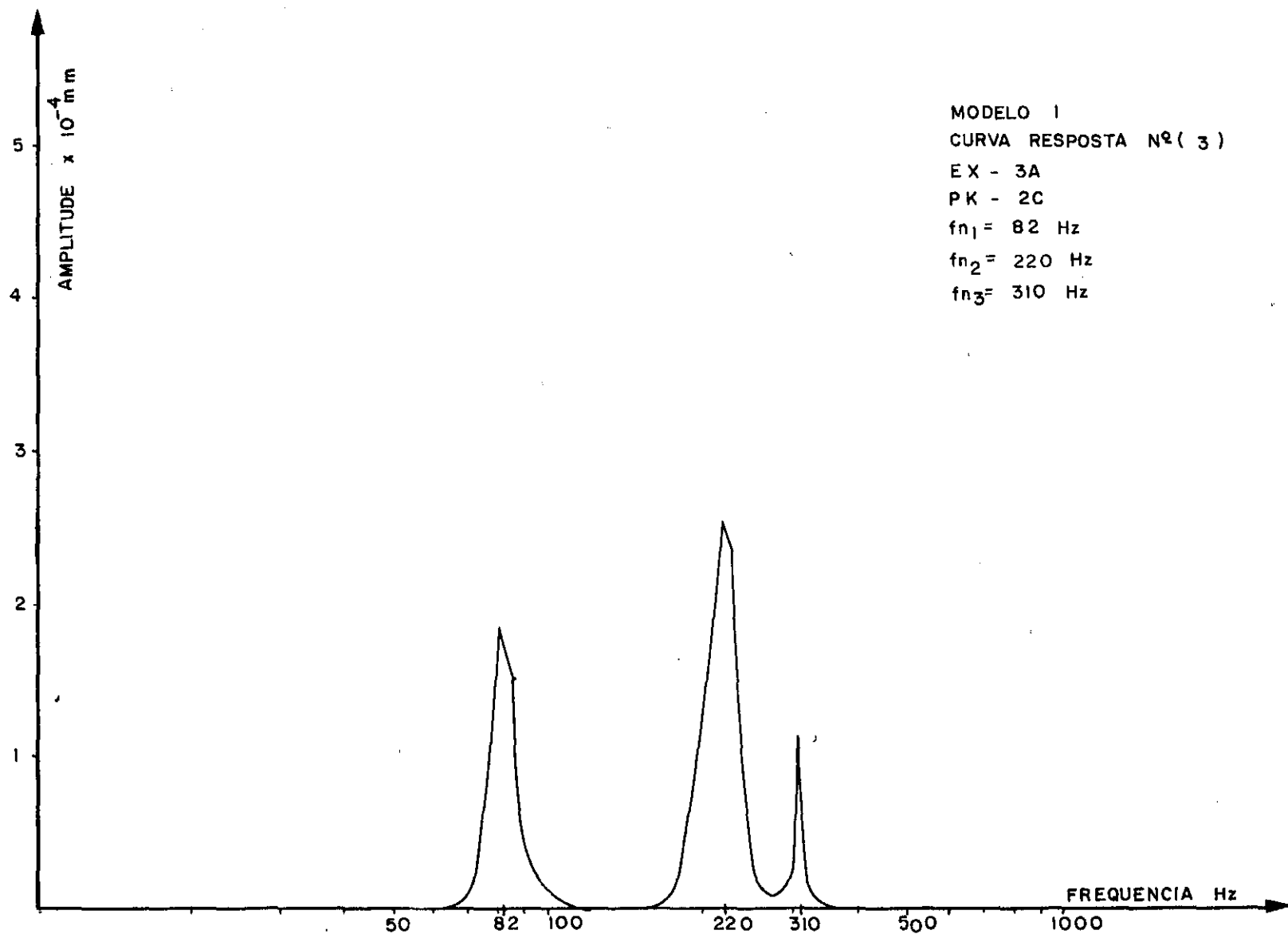
160

270

500

1000





AMPLITUDE  $\times 10^{-4}$  mm

2,5

2

1,5

1

0,5

MODELO II

CURVA RESPOSTA Nº ( 4 )

EX - 3A

PK - 2C

$f_{n1} = 160$  Hz

$f_{n2} = 220$  Hz

$f_{n3} = 260$  Hz

FREQUENCIA Hz

50

100

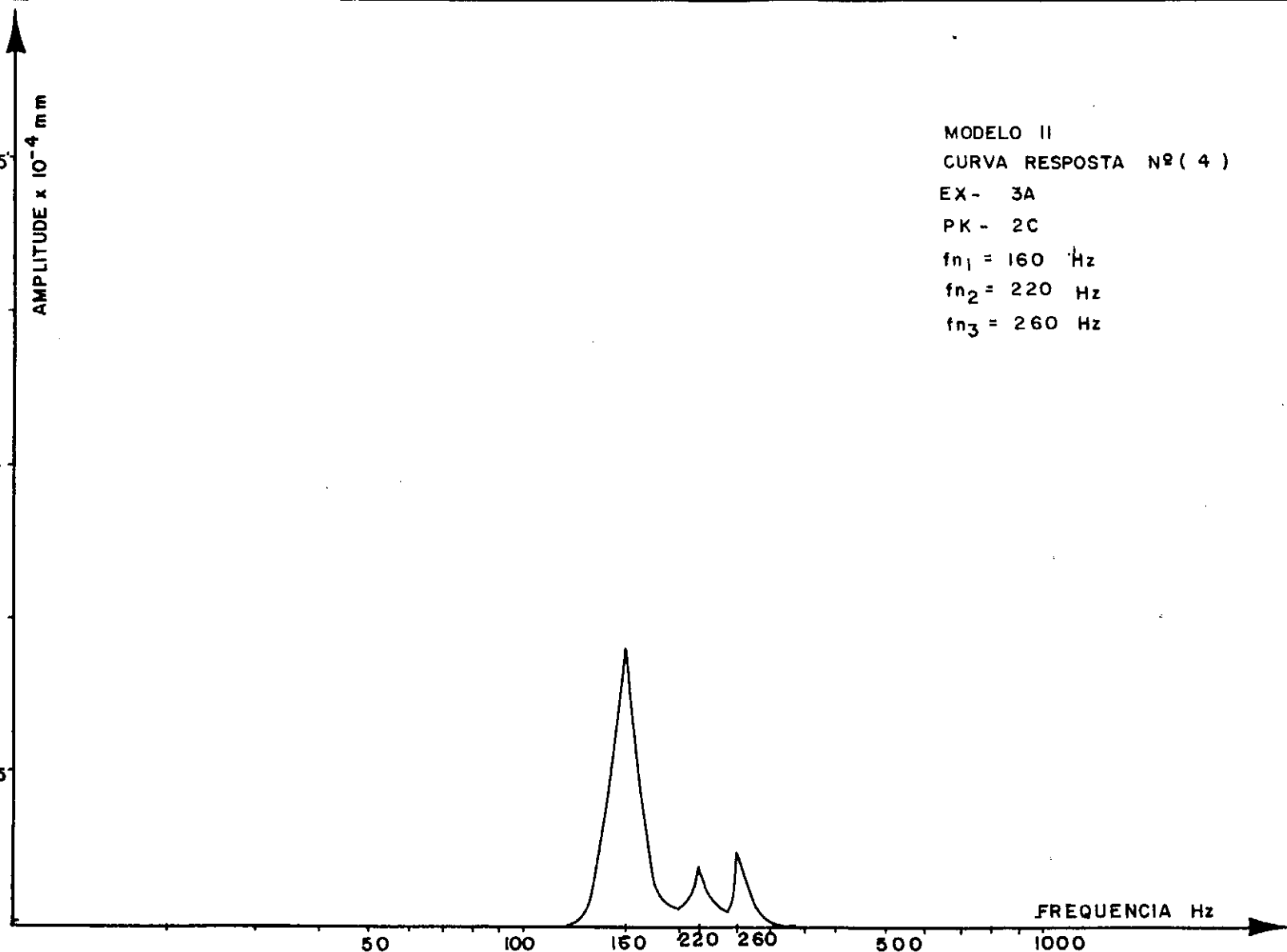
160

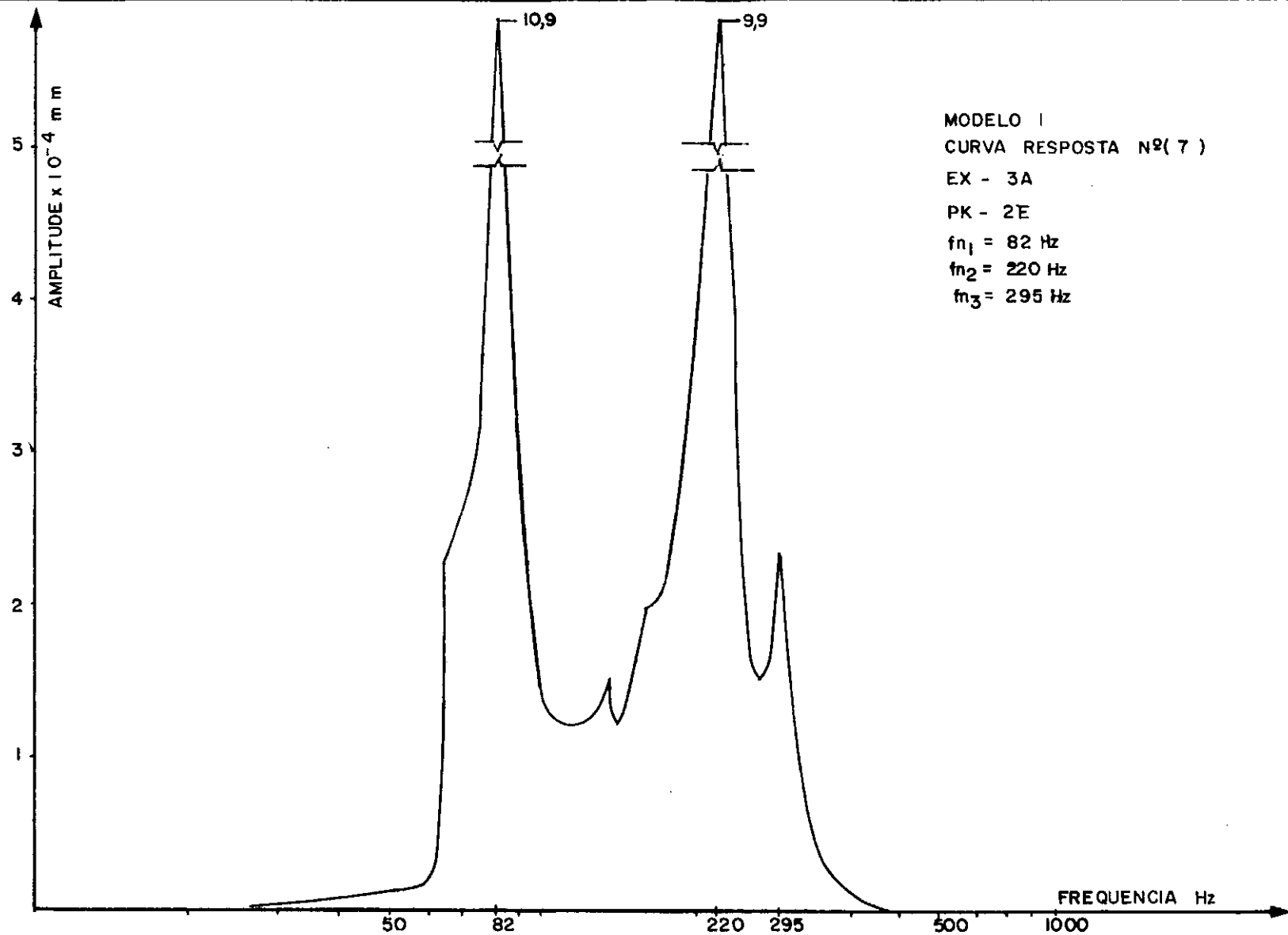
220

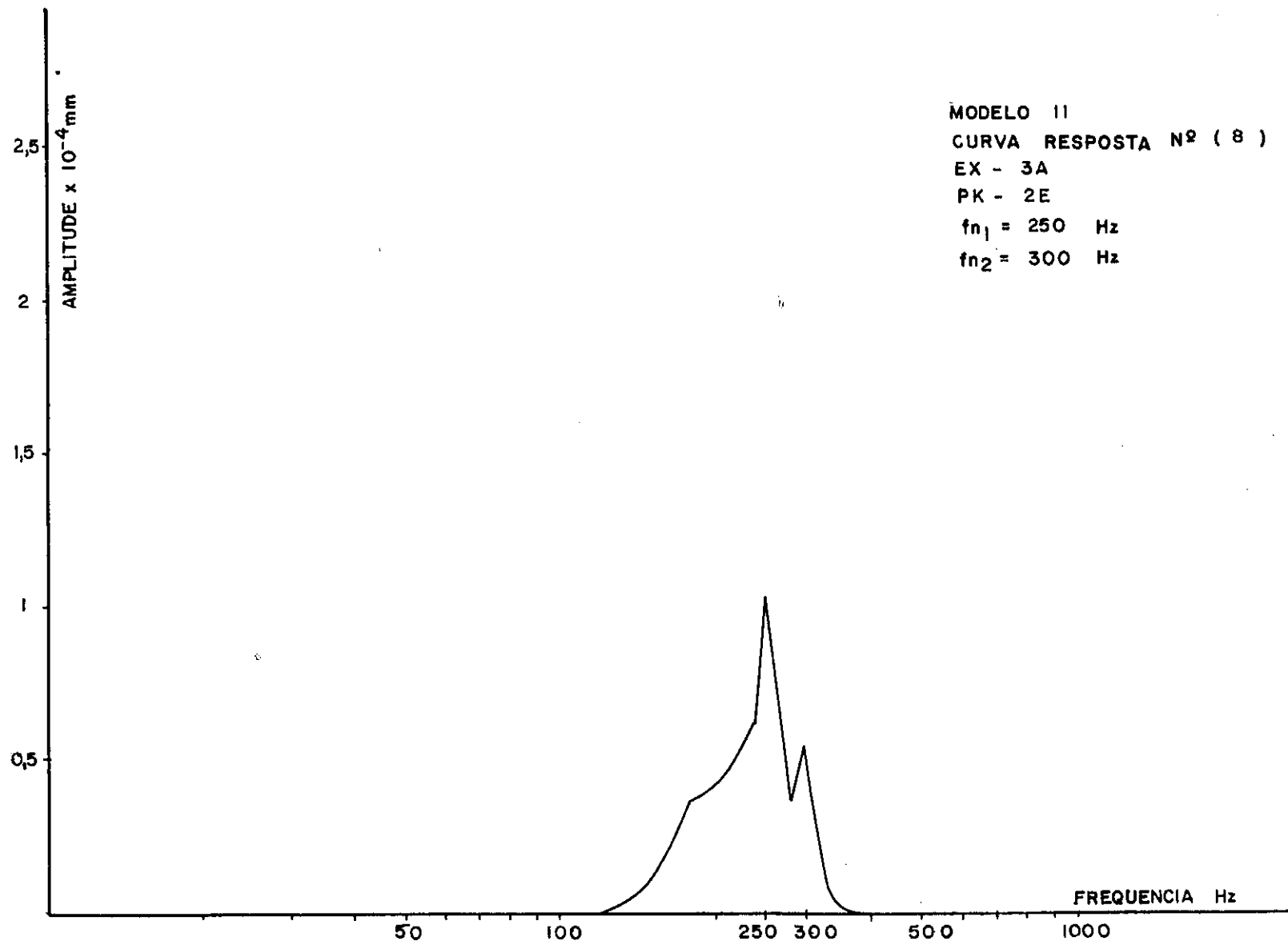
260

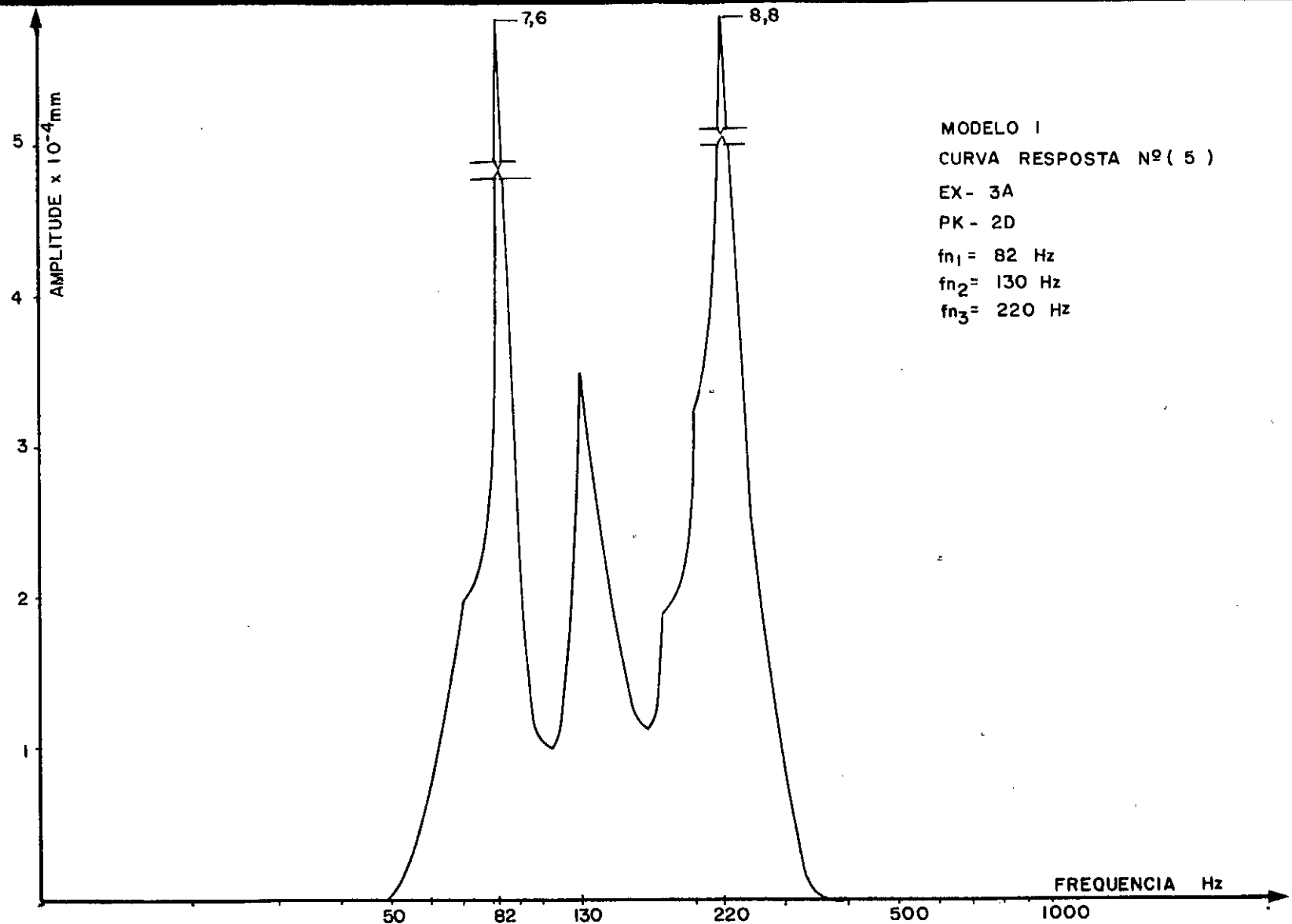
500

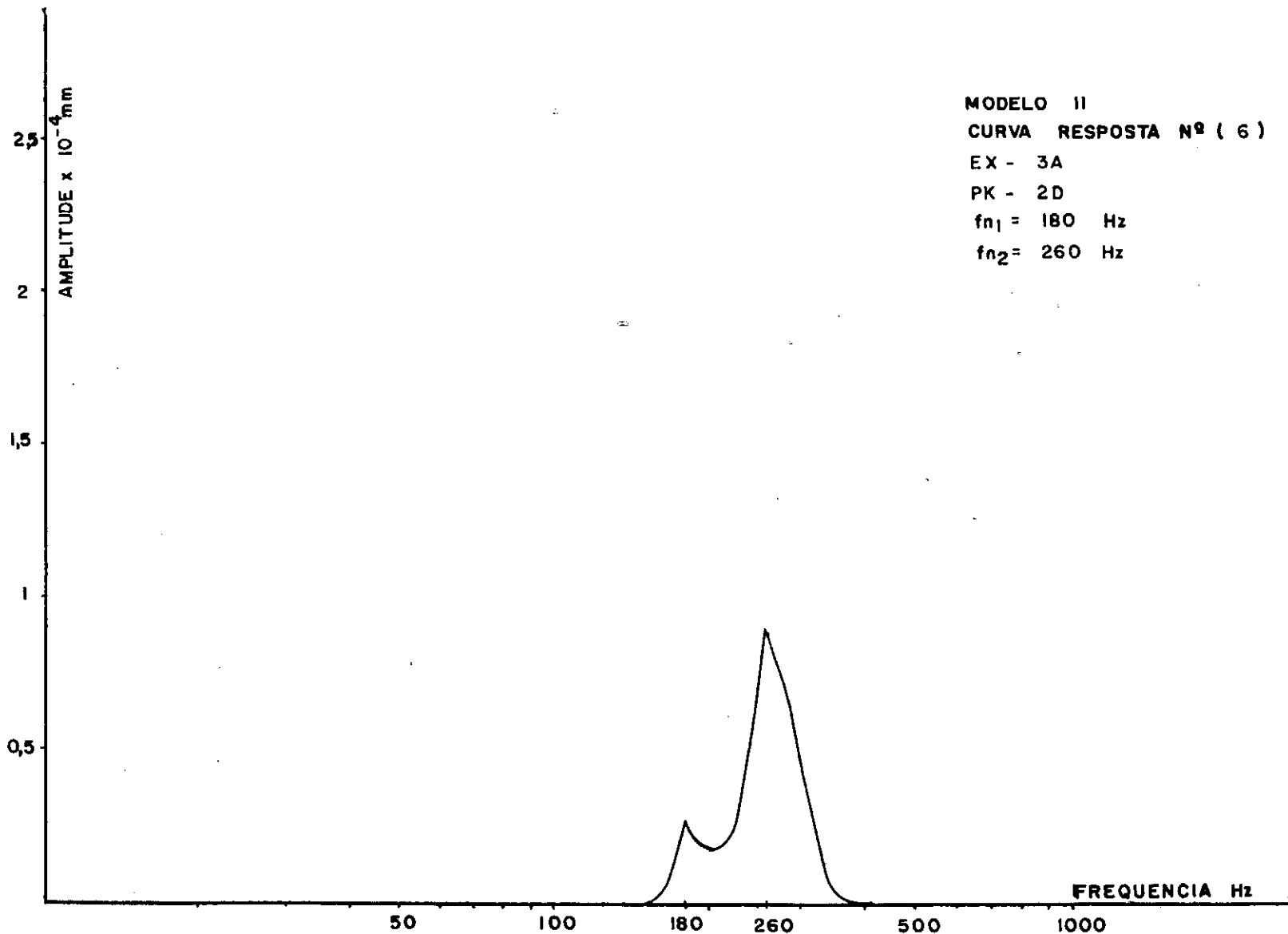
1000













AMPLITUDE  $\times 10^{-4}$  mm

MODELO 1

CURVA RESPOSTA Nº( 9 )

EX - 3A

PK - 3B

$f_{n1} = 82$  Hz

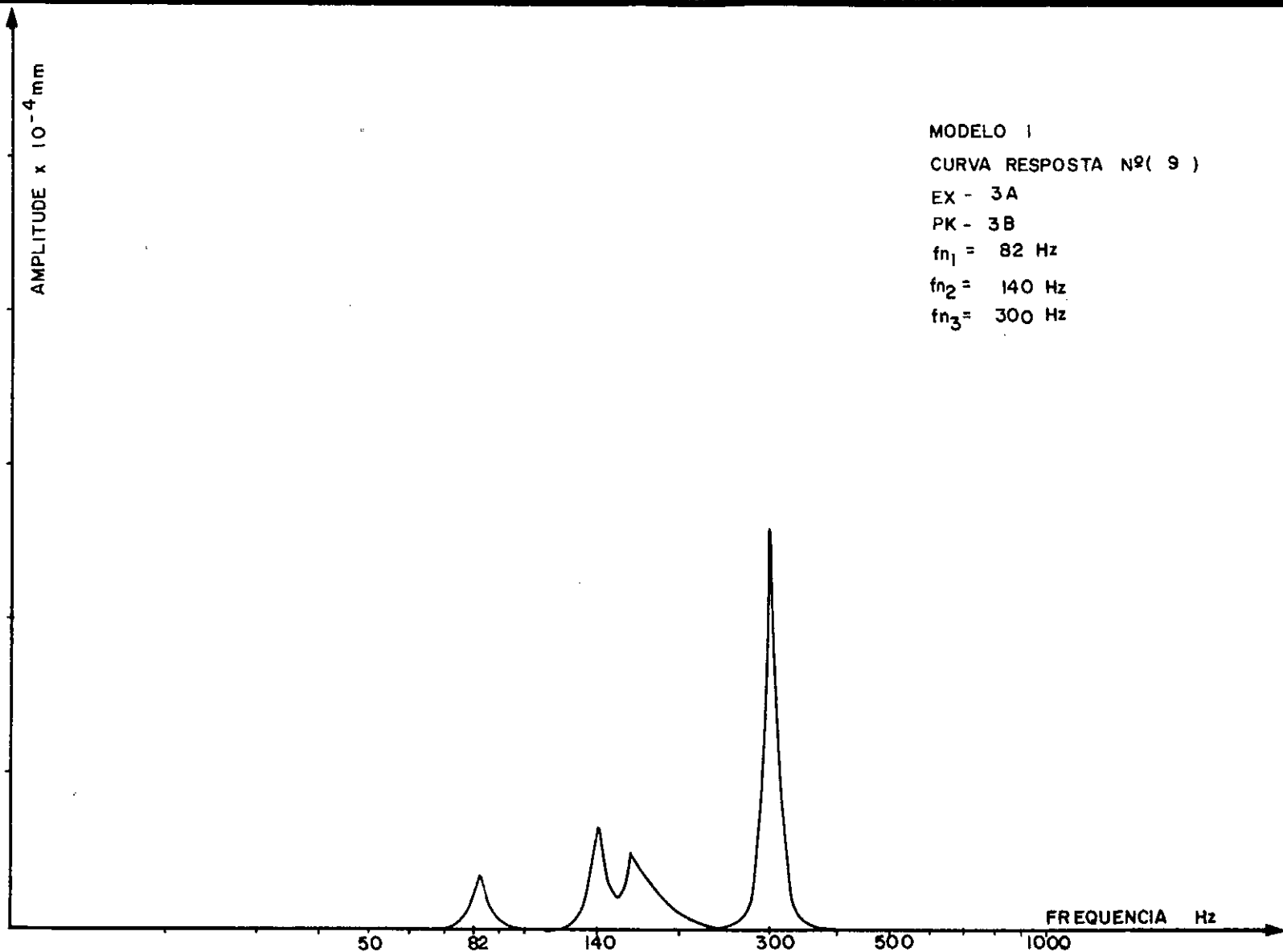
$f_{n2} = 140$  Hz

$f_{n3} = 300$  Hz

5  
4  
3  
2  
1

FREQUENCIA Hz

50 82 140 300 500 1000



AMPLITUDE x  $10^{-4}$  mm

2,5

2

1,5

1

0,5

MODELO II

CURVA RESPOSTA N<sup>o</sup> (10)

EX - 3A

PK - 3B

$f_{n1} = 150$  Hz

$f_{n2} = 230$  Hz

FREQUENCIA Hz

50

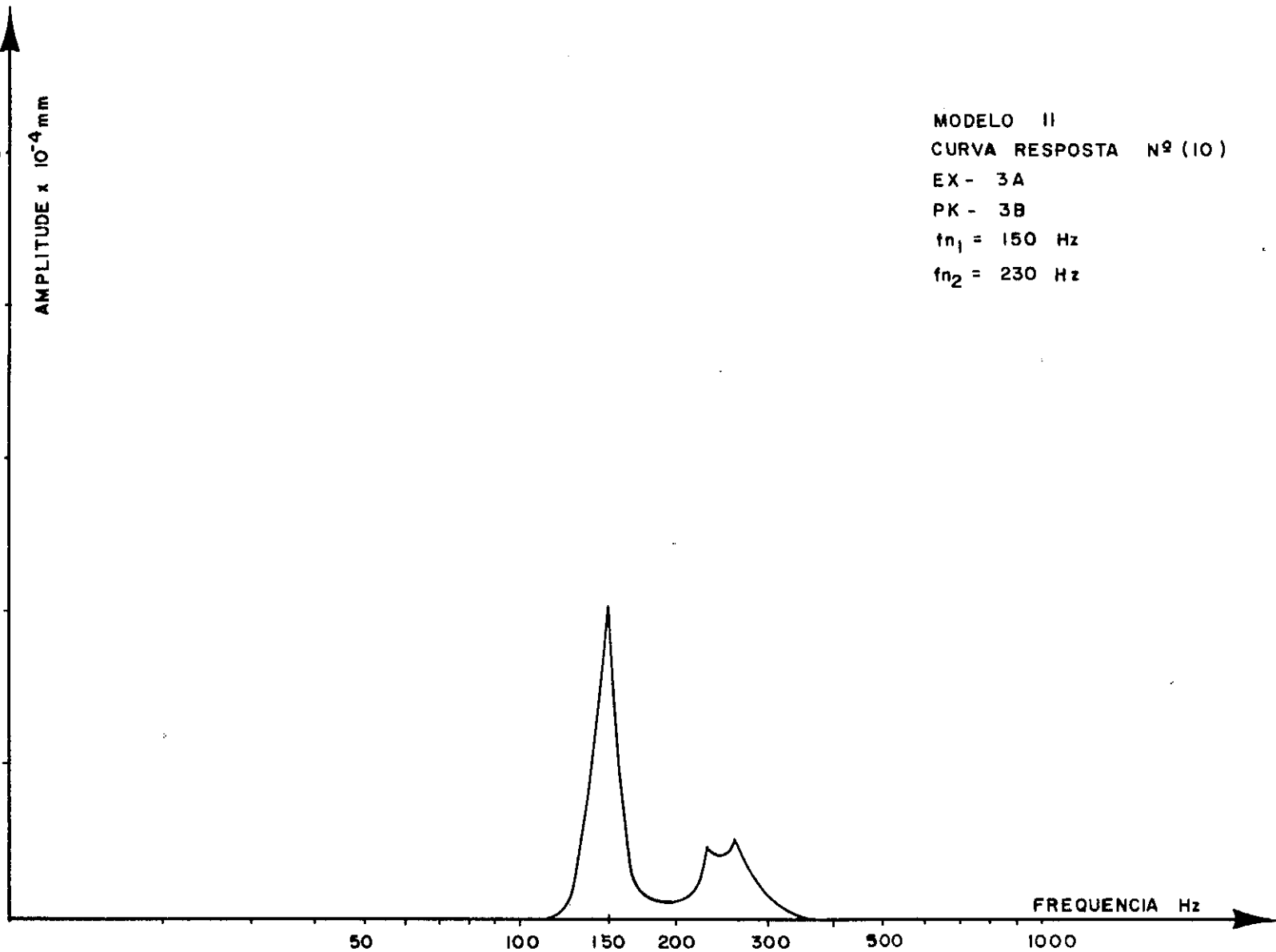
100

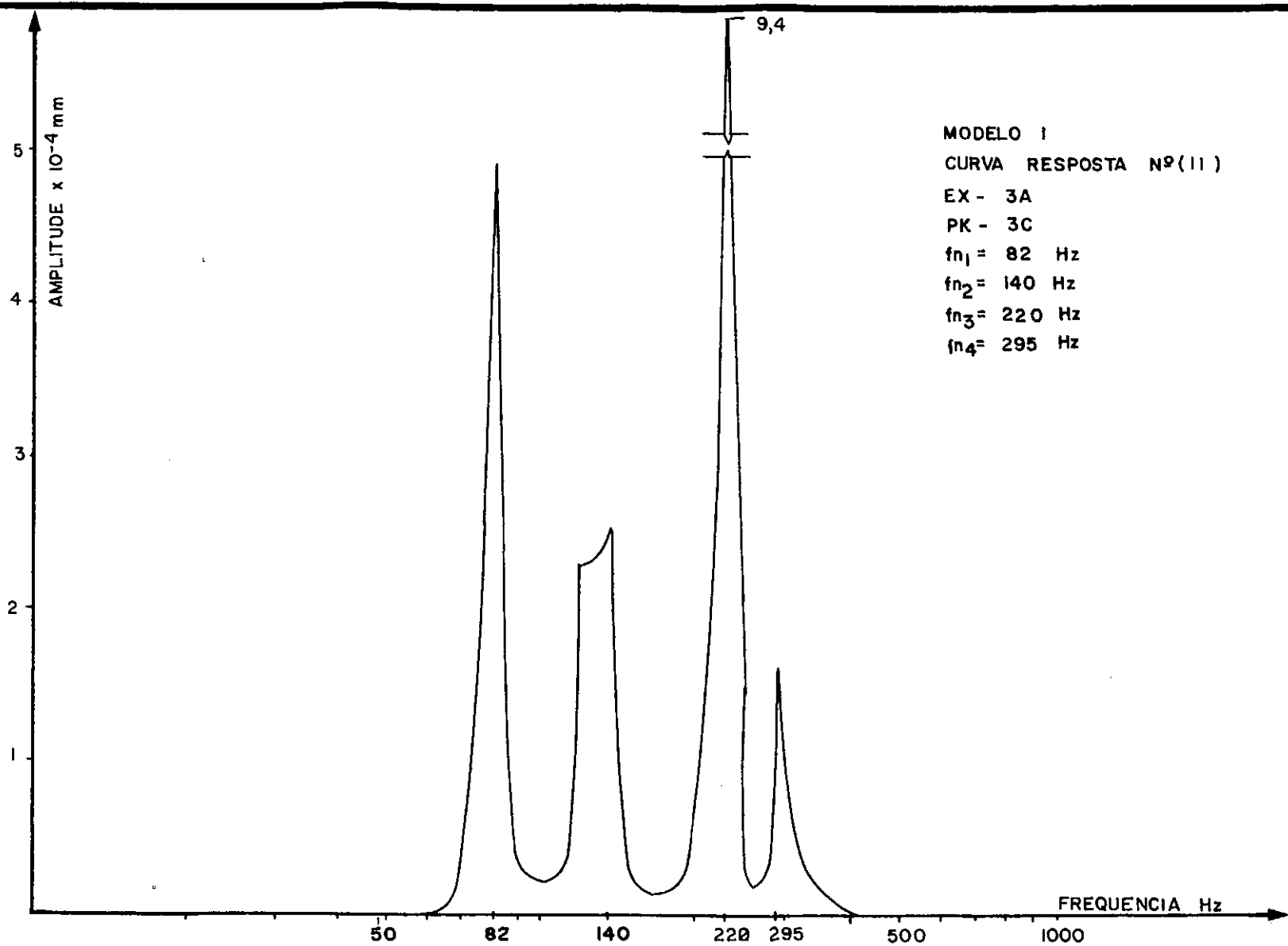
150

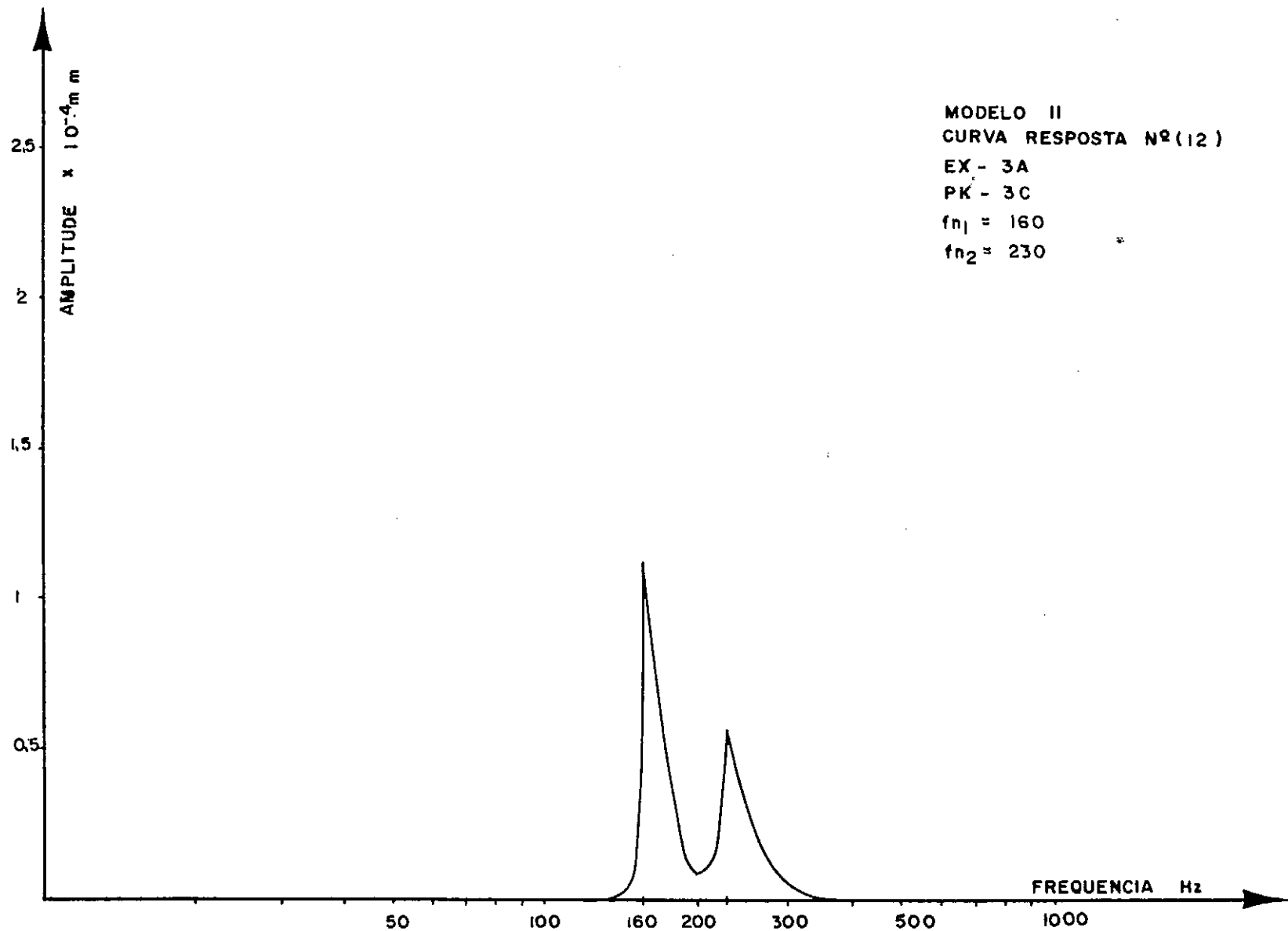
200

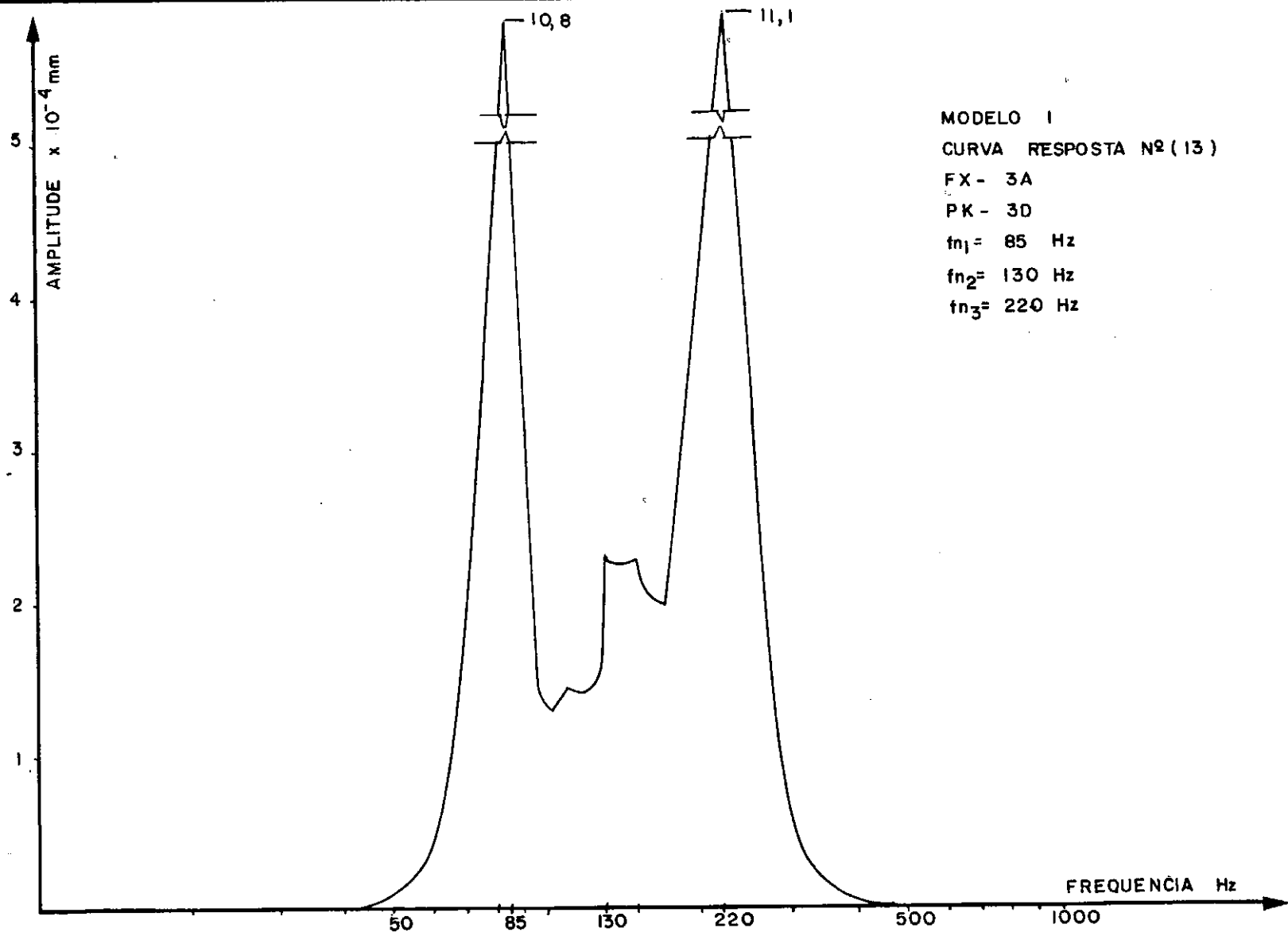
500

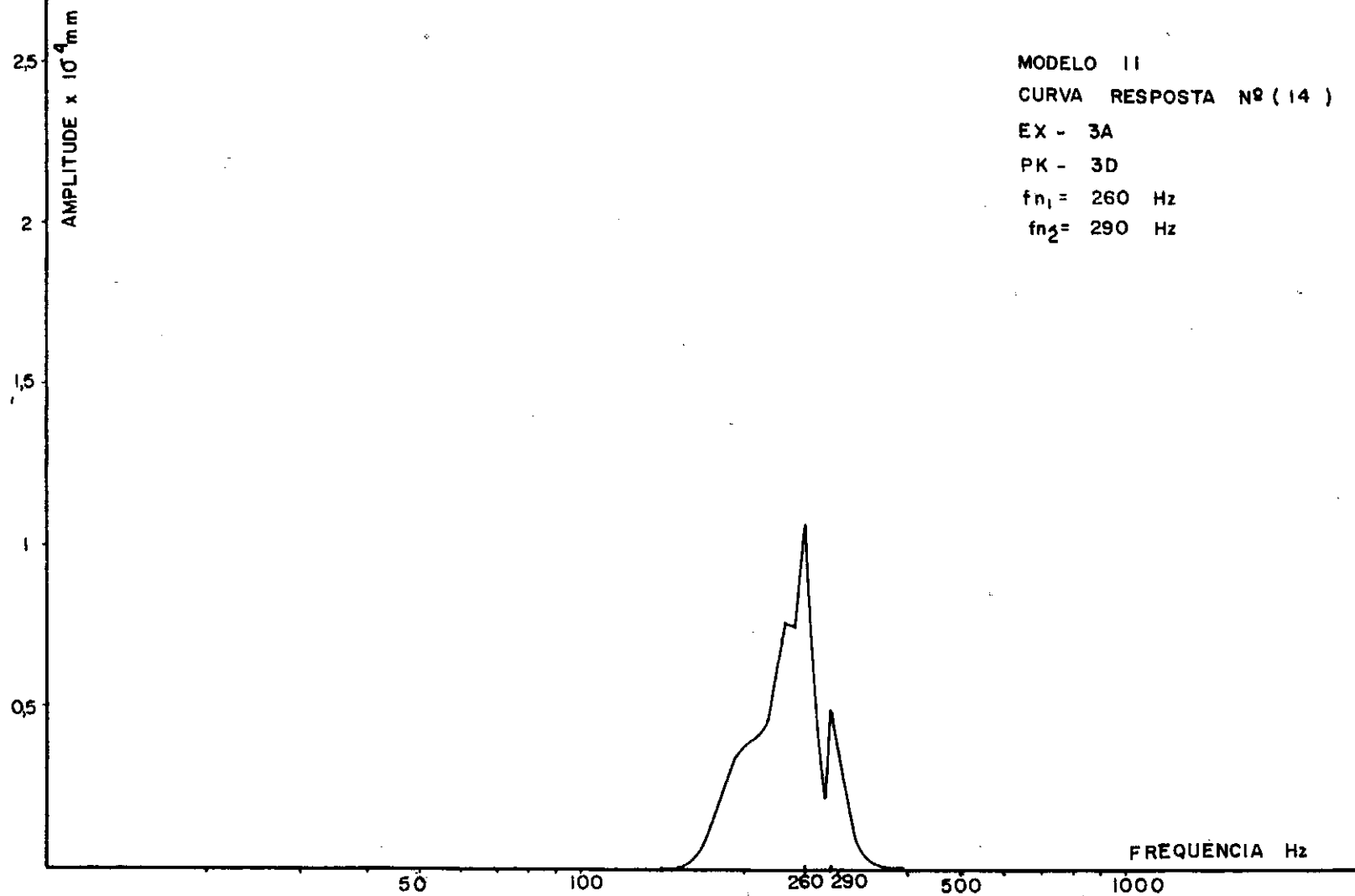
1000

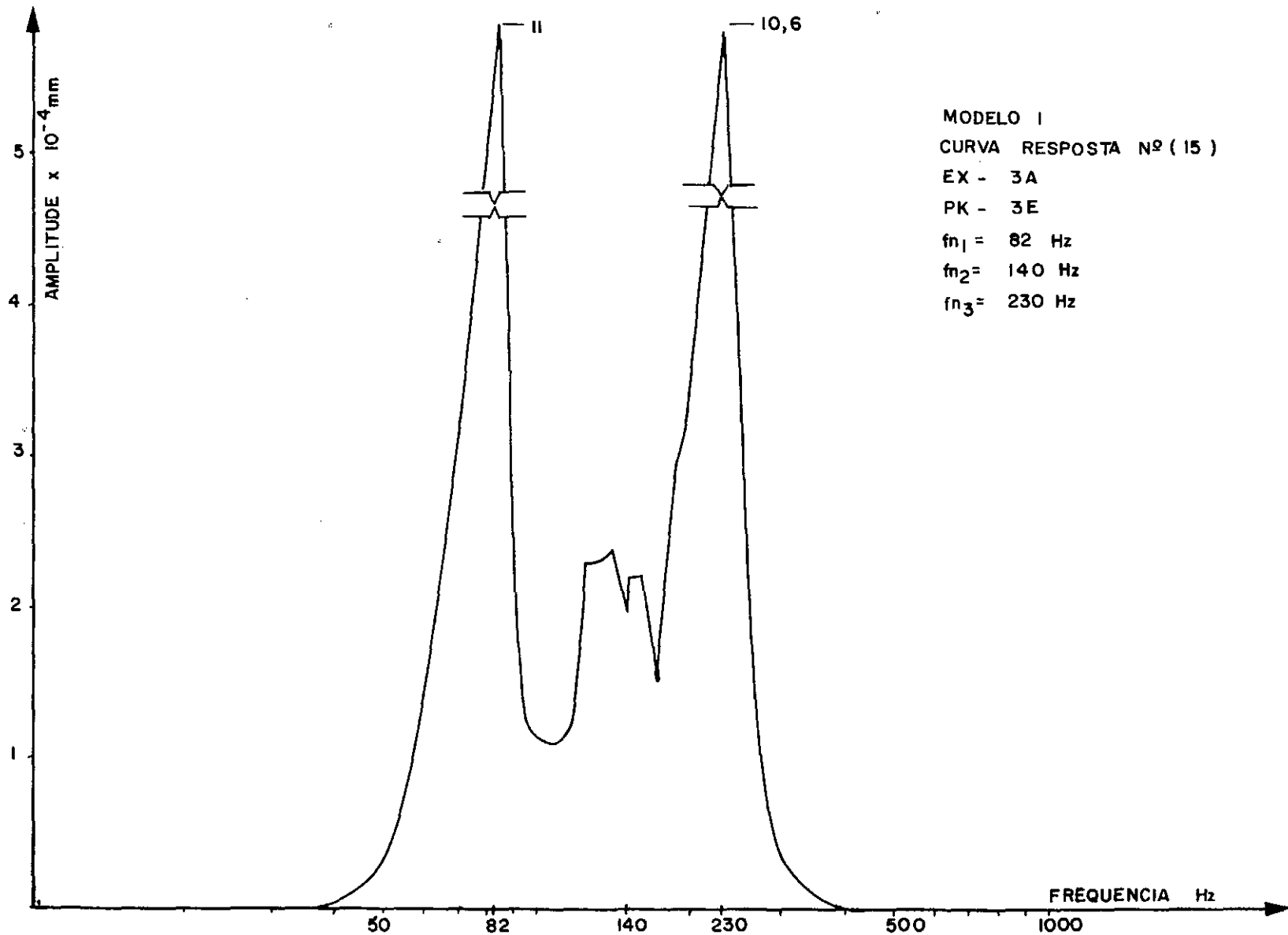












MODELO I

CURVA RESPOSTA Nº ( 15 )

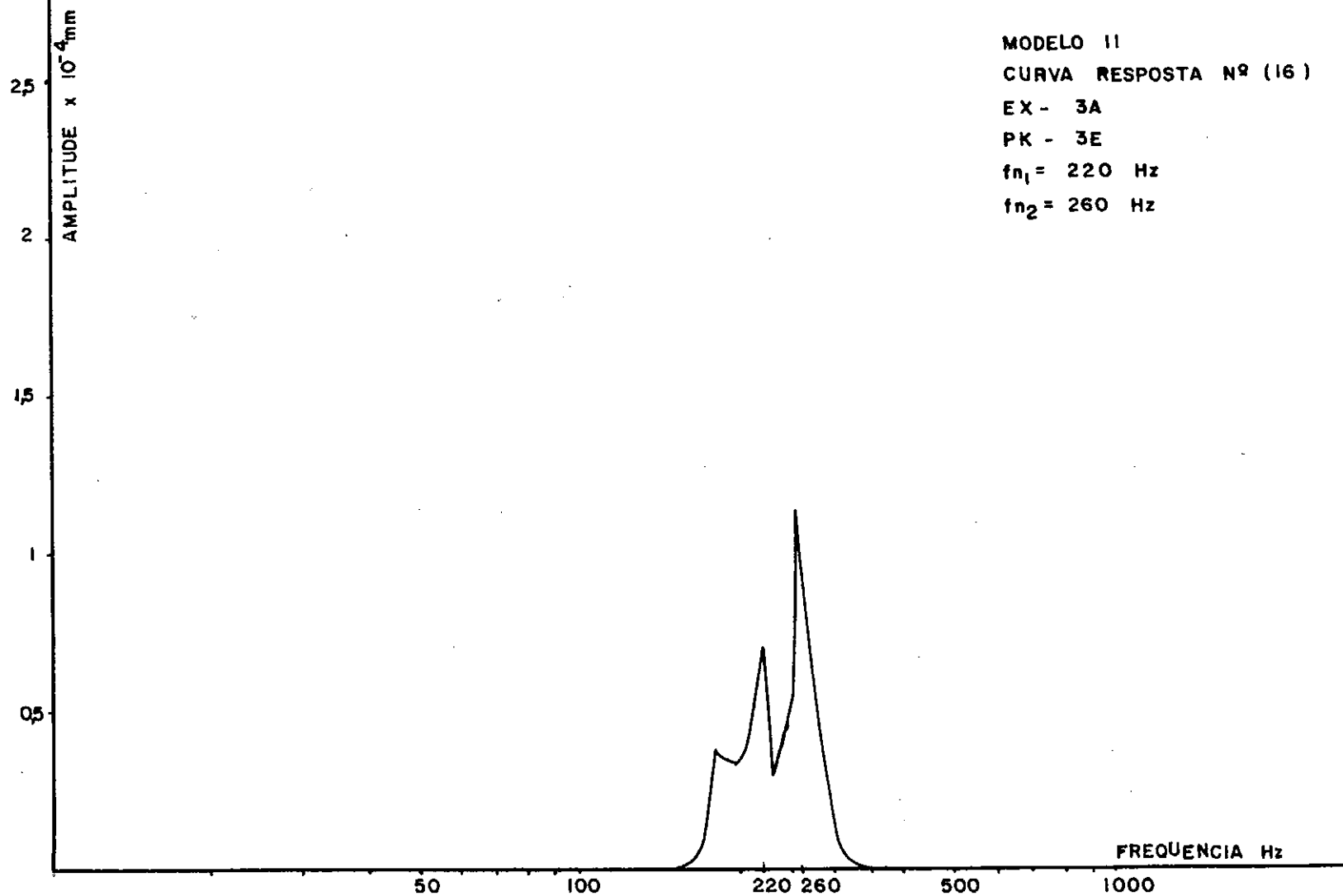
EX - 3A

PK - 3E

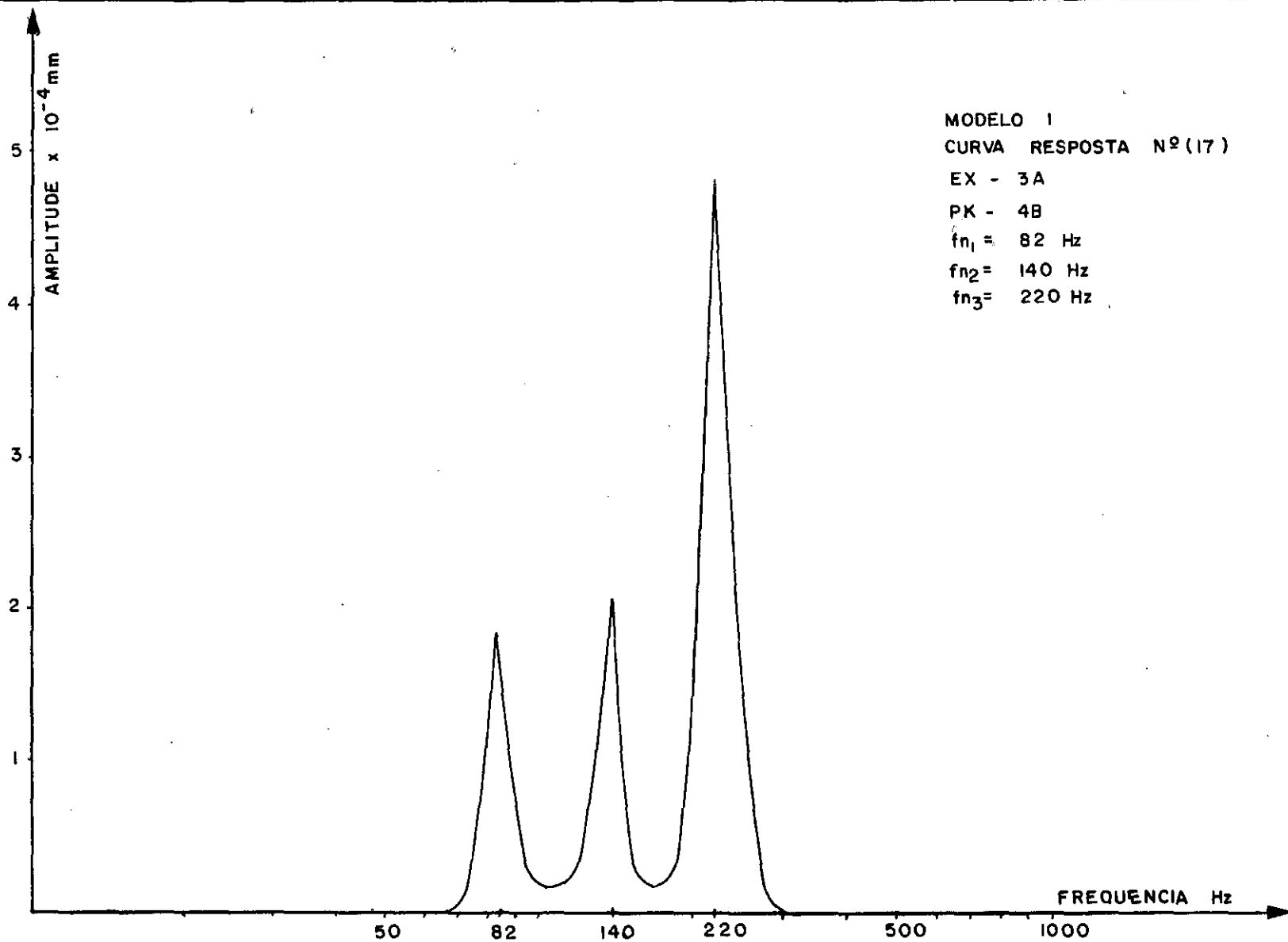
$f_{n1} = 82$  Hz

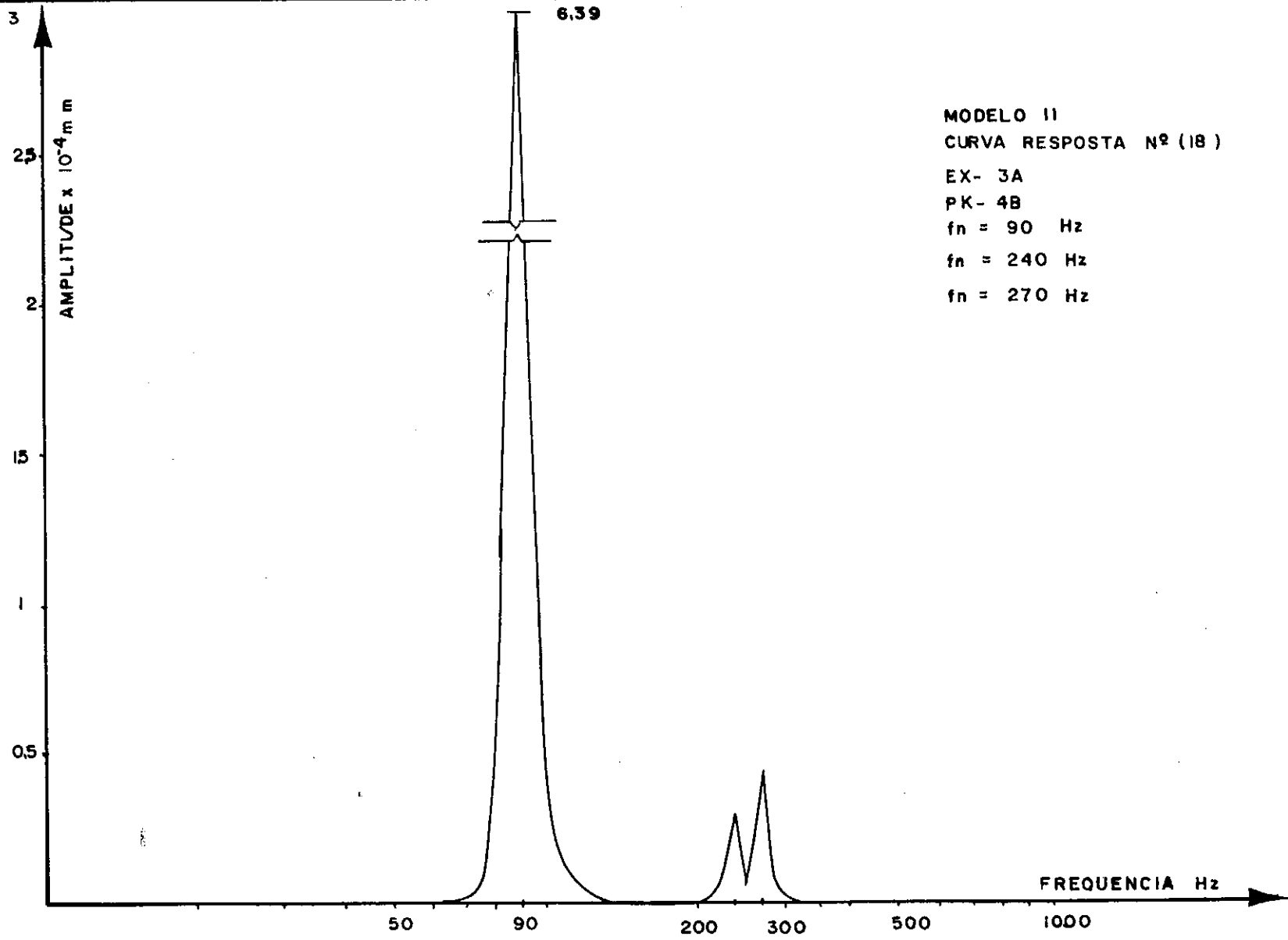
$f_{n2} = 140$  Hz

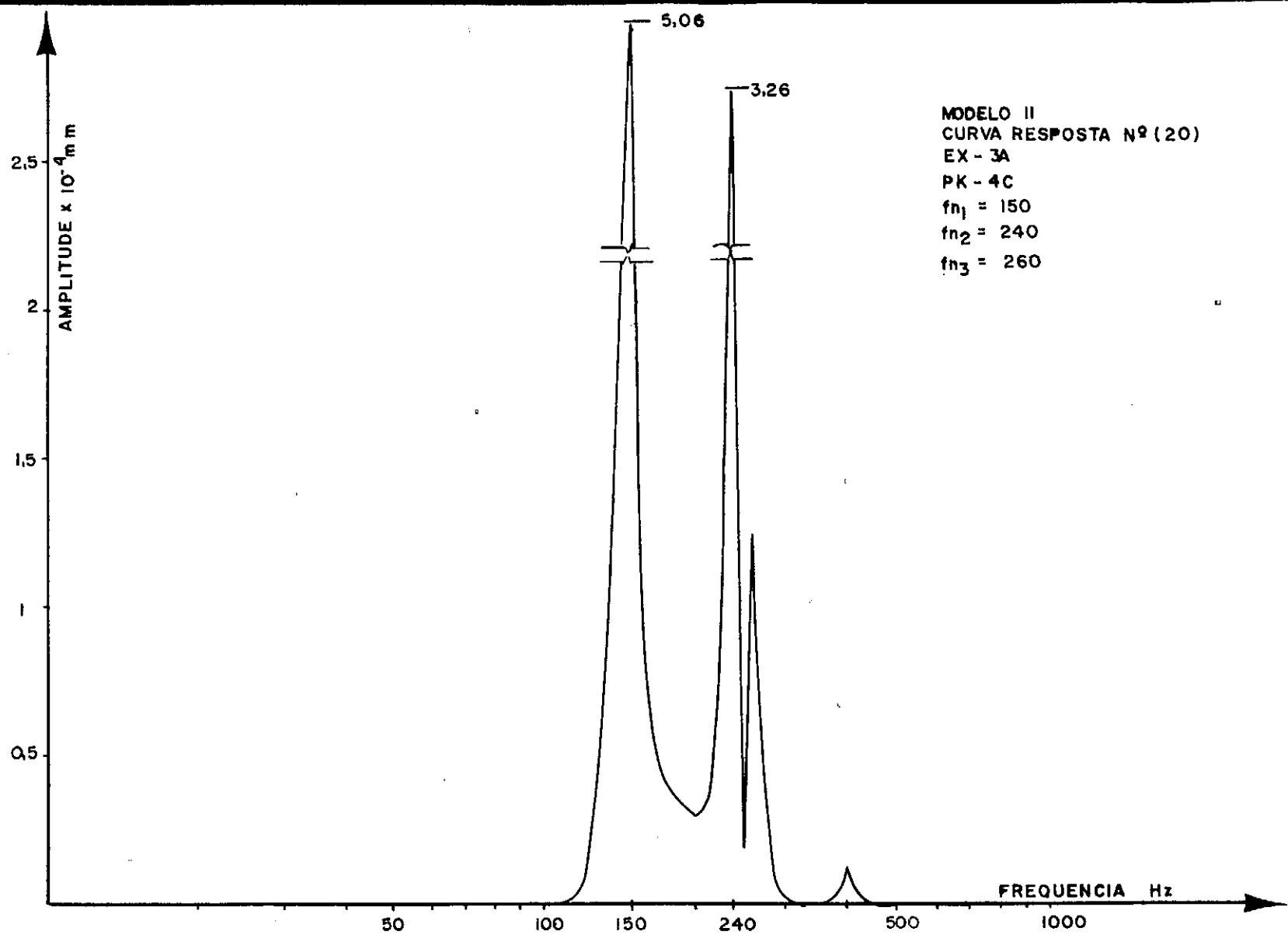
$f_{n3} = 230$  Hz

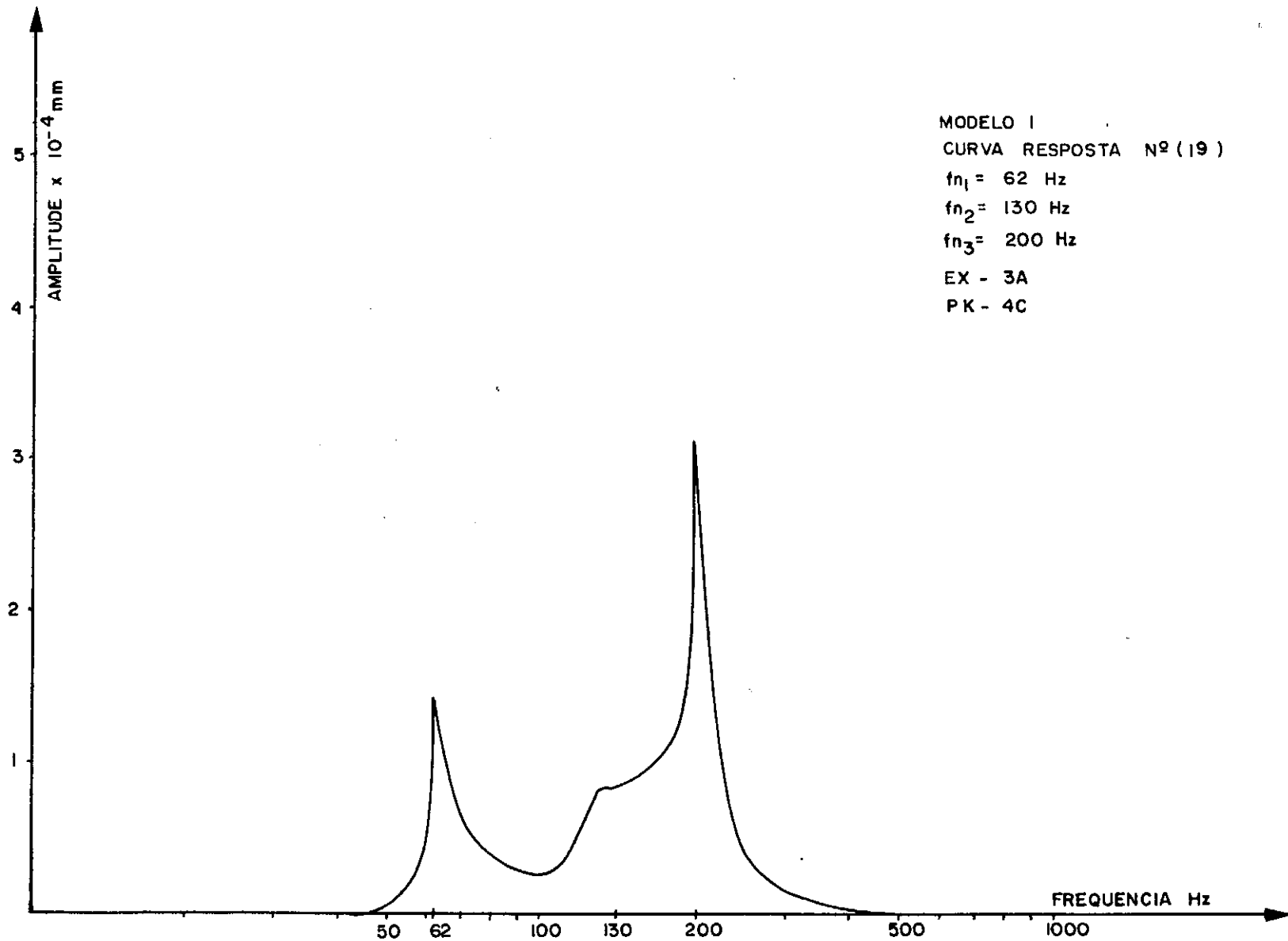


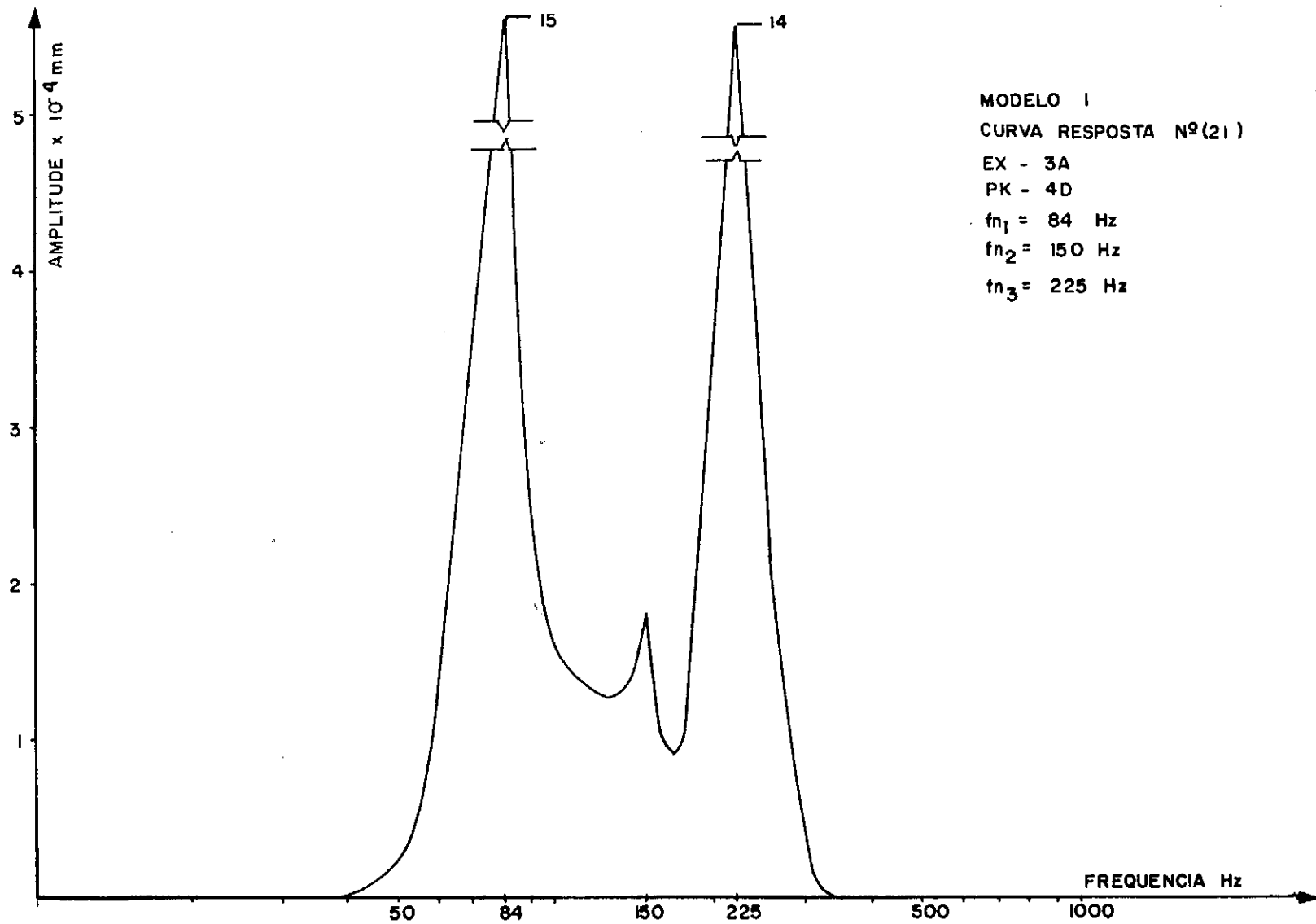


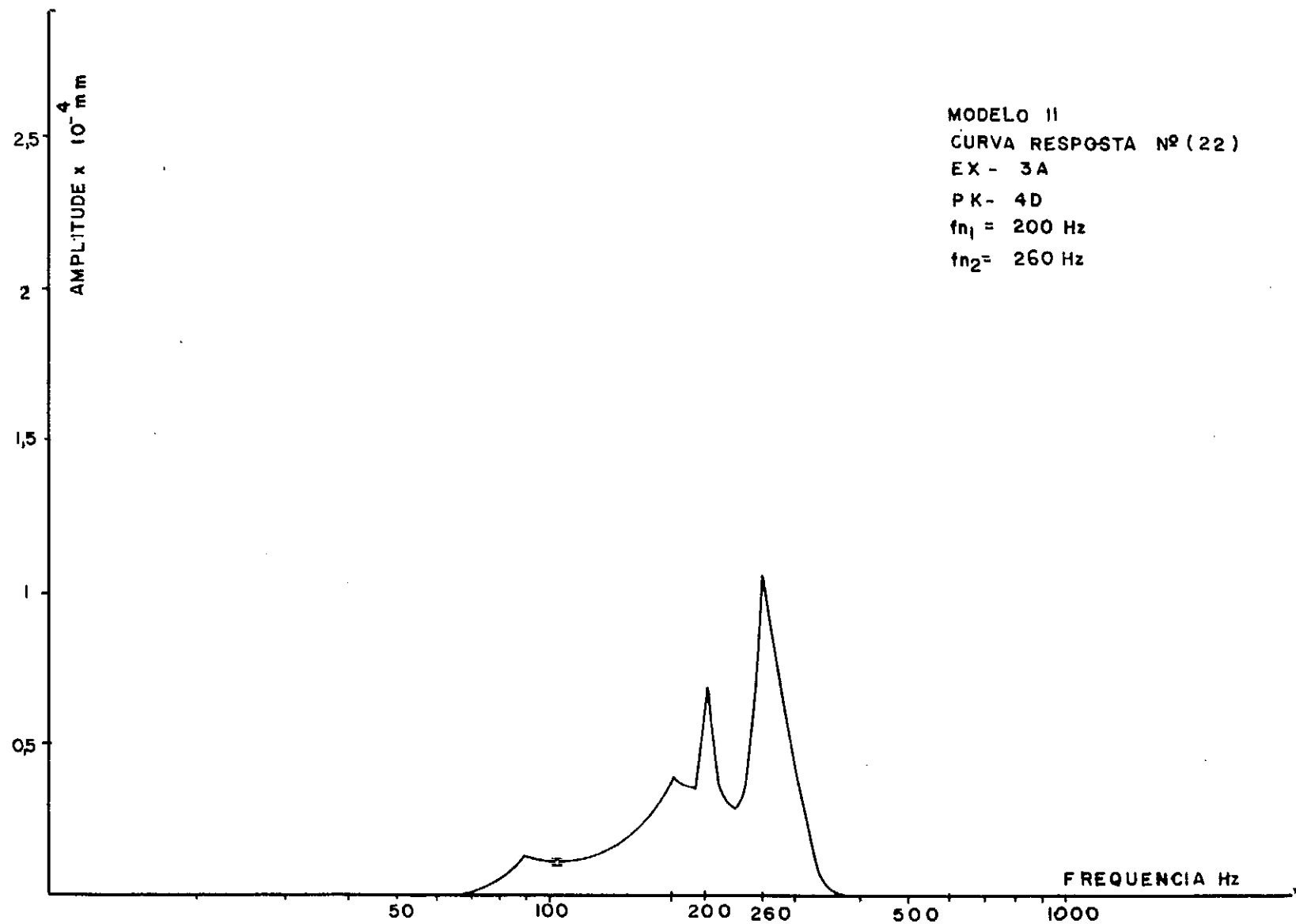


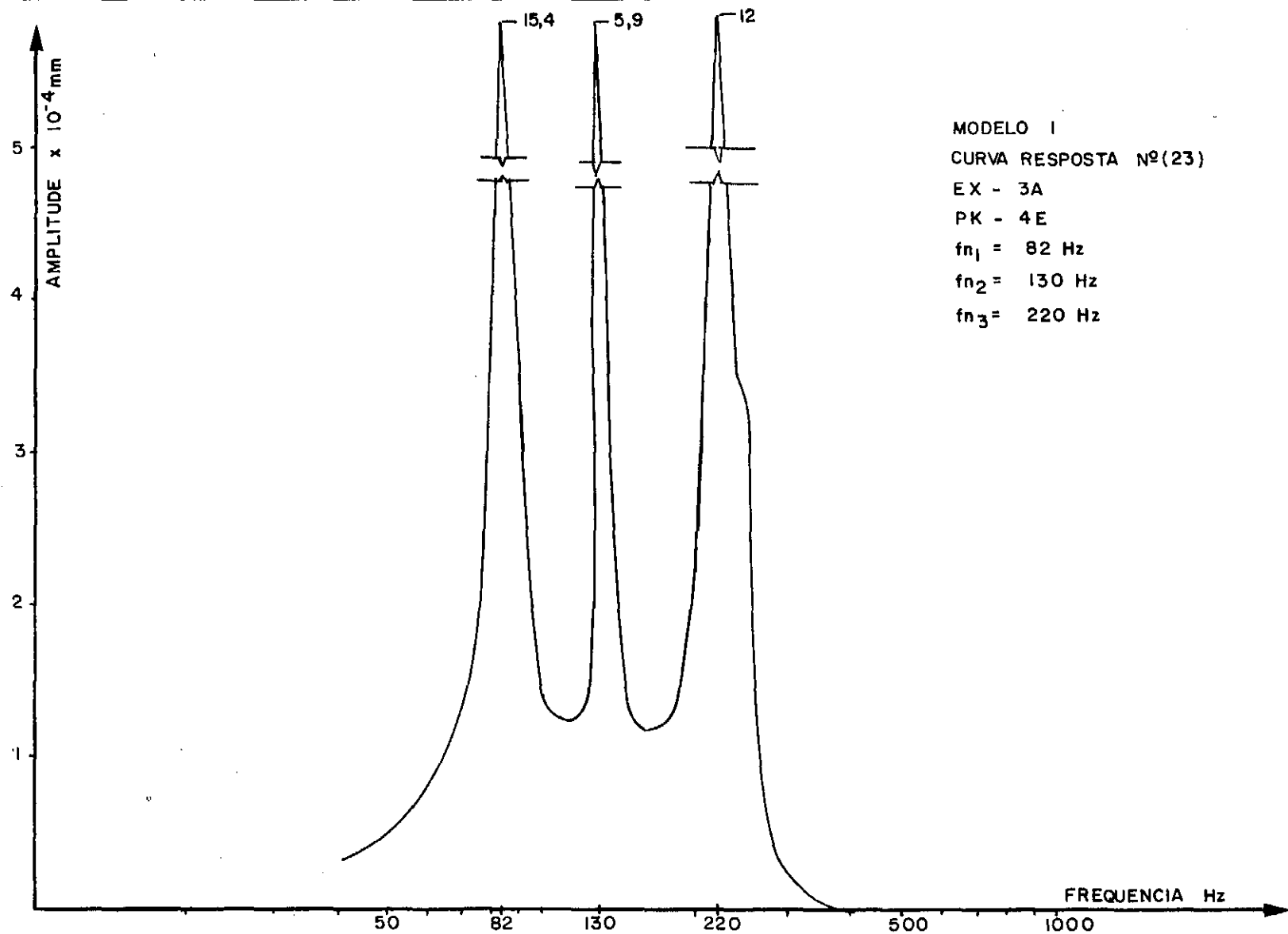


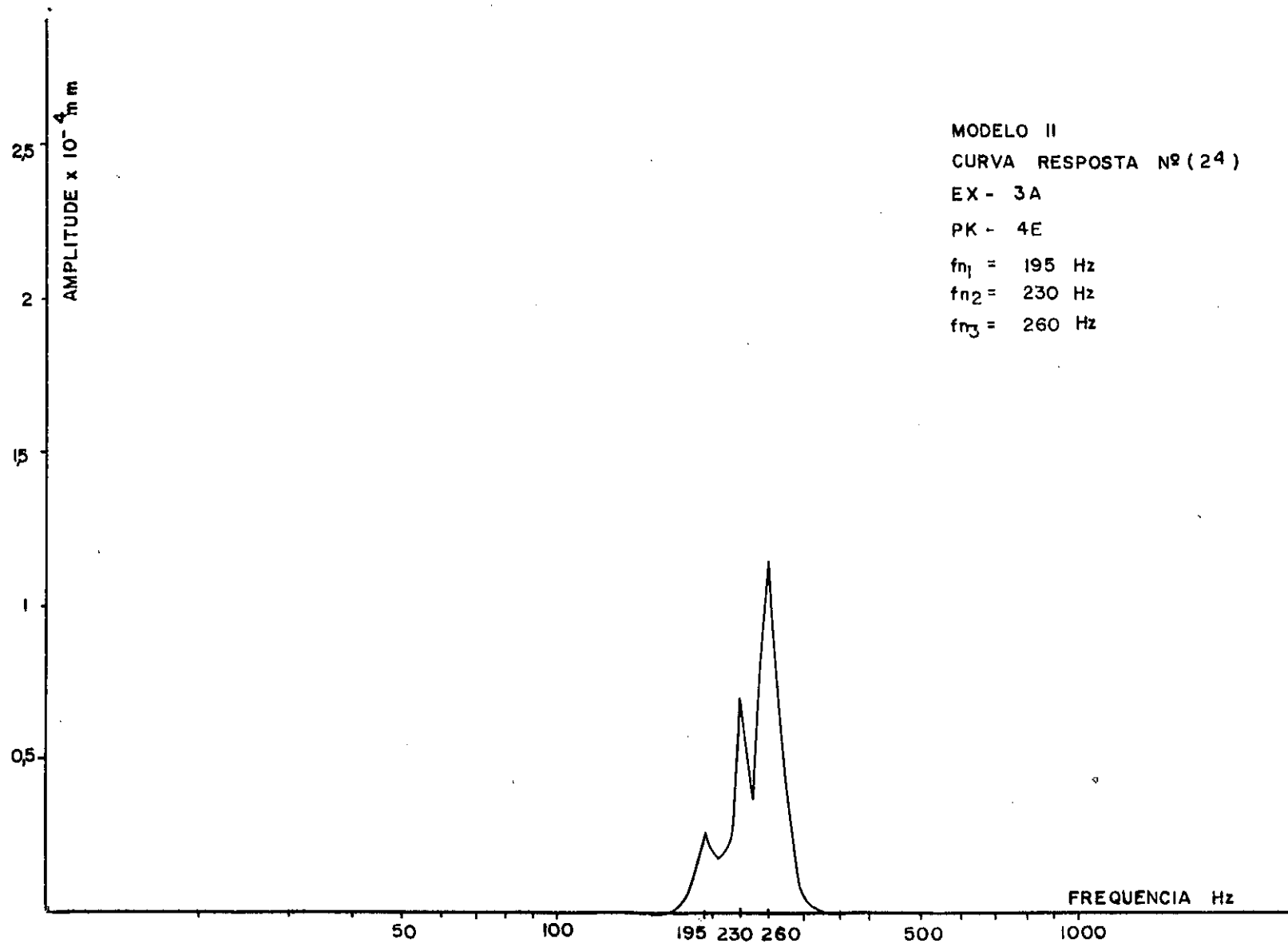














PK	$fn_1(H_z) - A(\times 10^{-4} \text{ mm})$	$fn_2(H_z) - A(\times 10^{-4} \text{ mm})$	$fn_3(H_z) - A(\times 10^{-4} \text{ mm})$
2B	80 - 6,0	150 - 3,8	220 - 3,2
2C			
2D	83 - 3,2	148 - 3,3	228 - 5,6
2E	85 - 1,5	148 - 4,0	210 - 7,8
3B		150 - 5,1	230 - 0,4
3C		152 - 0,8	220 - 2,2
3D		150 - 2	230 - 2,3
3E		150 - 1,2	220 - 1,6
4B		149 - 0,7	
4C		150 - 1	
4D		150 - 0,6	230 - 4,2
4E		149 - 0,2	219 - 3,8

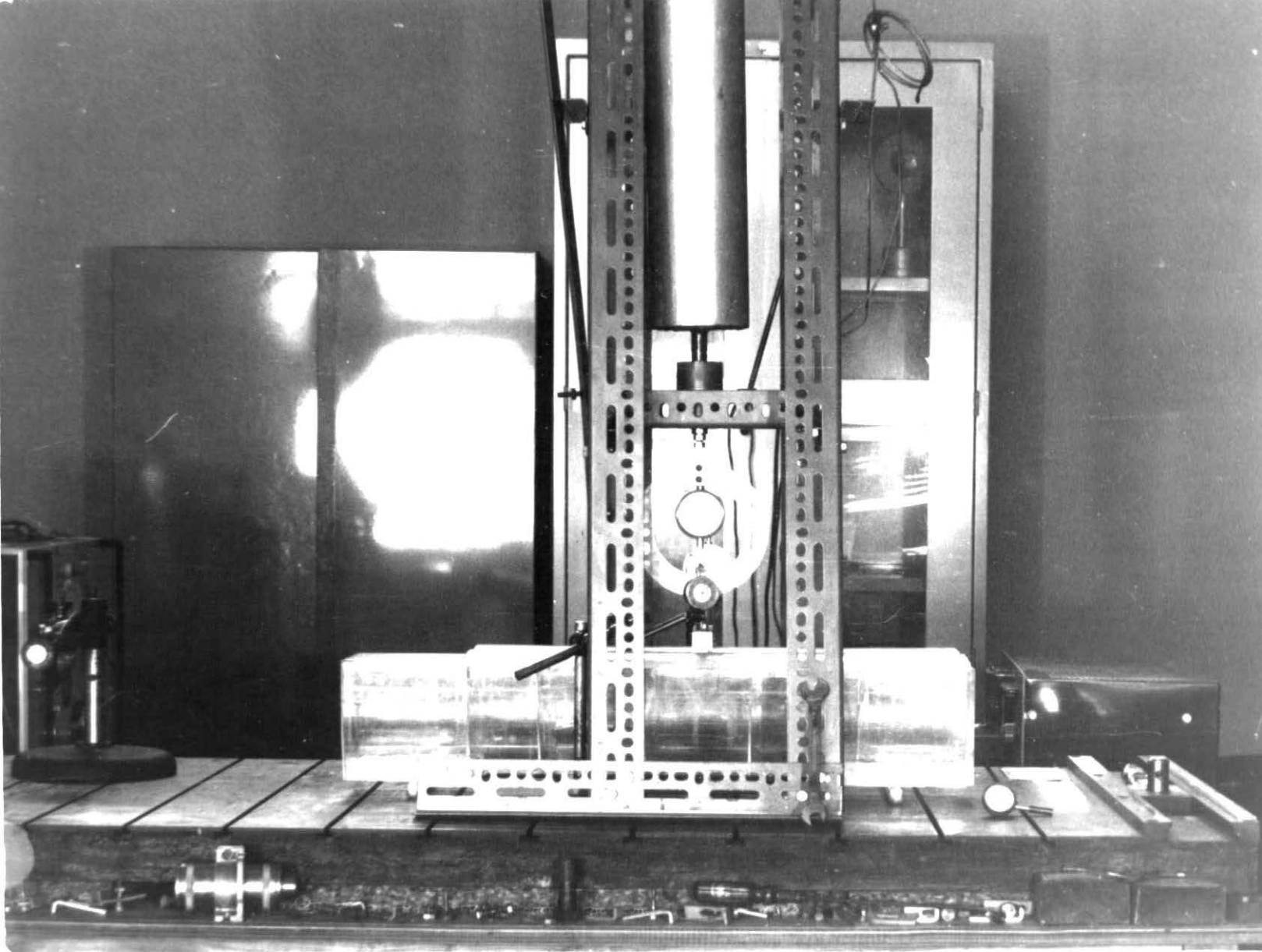
PK	$fn_1(H_z) - A(x10^{-4}mm)$	$fn_2(H_z) - A(x10^{-4}mm)$	$fn_3(H_z) - A(x10^{-4}mm)$
2B	140 - 1,8		310 - 0,7
2C	142 - 1,0		300 - 0,8
2D	150 - 0,5	220 - 0,3	310 - 2,4
2E	140 - 0,2	230 - 0,4	295 - 0,9
3B		260 - 3,2	310 - 2,6
3C	135 - 0,7	230 - 4,8	
3D	140 - 0,7	225 - 9,6	
3E		220 - 0,5	290 - 1,8
4B	132 - 1	210 - 0,6	
4C	140 - 1,1	220 - 1,2	300 - 0,8
4D	144 - 0,8	220 - 1,2	300 - 3,1
4E		210 - 0,8	310 - 3,4

PK	$fn_1(H_z) - A(\times 10^{-4} \text{ mm})$	$fn_2(H_z) - A(\times 10^{-4} \text{ mm})$	$fn_3(H_z) - A(\times 10^{-4} \text{ mm})$
2B	80 - 4	132 - 6	
2C	79 - 6,5		218 - 9,1
2D	84 - 3,6		215 - 5,4
2E	75 - 9,4	140 - 5,2	210 - 6,2
3B	80 - 3,12	131 - 5,5	220 - 3,6
3C	82 - 1,8	132 - 4,6	218 - 7
3D	78 - 5,3		
3E	78 - 4,9	130 - 2,2	
4B	86 - 7,5	125 - 5,15	210 - 3,4
4C	80 - 4	129 - 4,28	
4D	79 - 4,6		220 - 2,4
4E	82 - 1,9	142 - 5,6	218 - 3,6

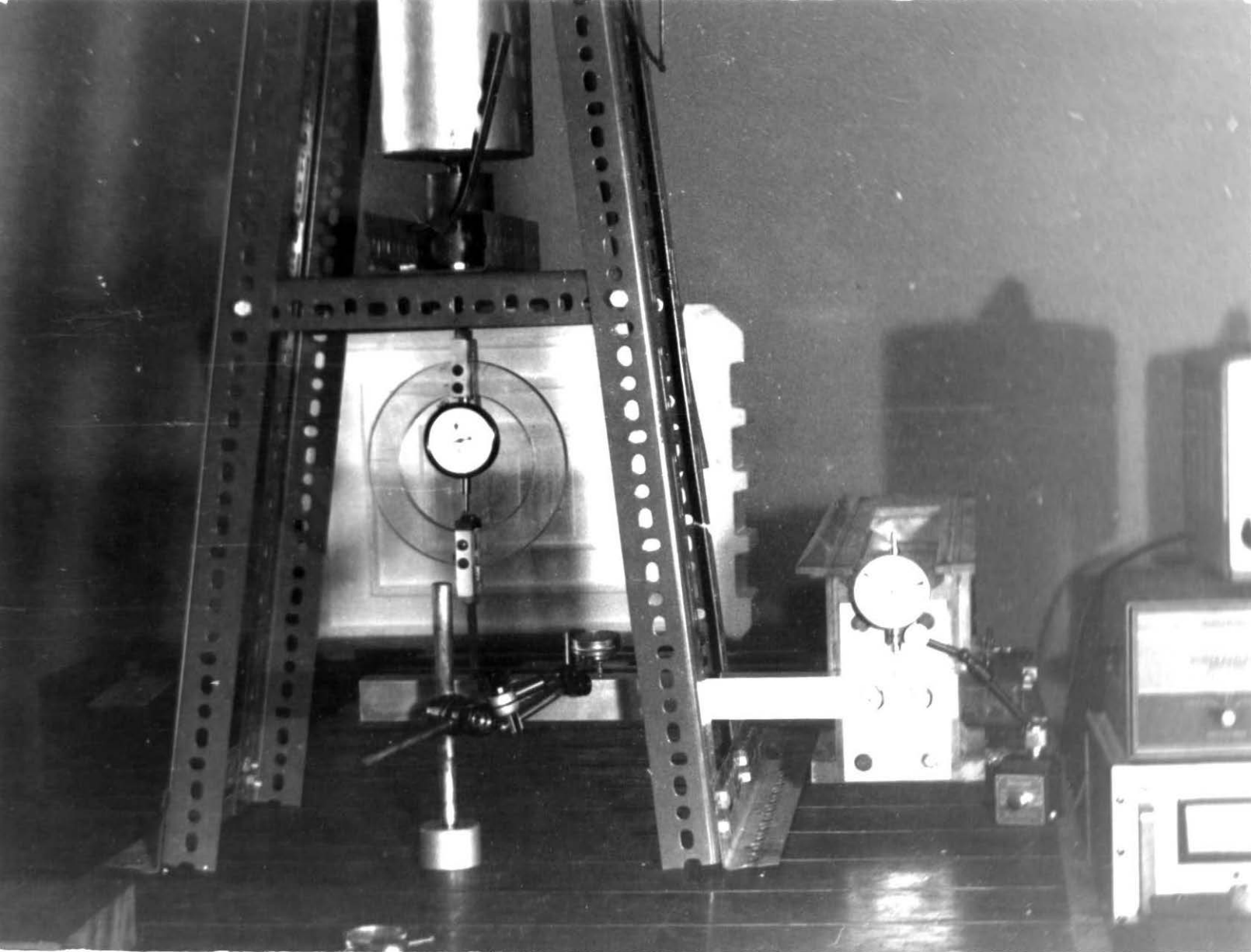
PK	$fn_1(H_z) - A(\times 10^{-4} \text{ mm})$	$fn_2(H_z) - A(\times 10^{-4} \text{ mm})$	$fn_3(H_z) - A(\times 10^{-4} \text{ mm})$
2B	140 - 0,5	220 - 0,7	300 - 0,8
2C	150 - 0,3		270 - 1,1
2D	142 - 0,2	220 - 1,7	270 - 2,2
2E		230 - 2,4	280 - 2,1
3B	142 - 3,64	220 - 0,6	
3C	140 - 0,7		280 - 7,36
3D		232 - 2,2	280 - 1,5
3E		230 - 1,1	270 - 1,8
4B	130 - 1,9	230 - 0,7	
4C	135 - 3,39		280 - 5,14
4D		230 - 1,6	290 - 1,2
4E		220 - 1,2	270 - 1,5

PK	$fn_1(H_z) - A(\times 10^{-4} \text{ mm})$	$fn_2(H_z) - A(\times 10^{-4} \text{ mm})$	$fn_3(H_z) - A(\times 10^{-4} \text{ mm})$
2B	82 - 0,4	140 - 1,2	300 - 1,7
2C	81 - 1,8	220 - 2,6	310 - 1,2
2D	82 - 7,6	130 - 3,5	220 - 8,9
2E	82 - 10,9	220 - 9,9	295 - 2,3
3B	82 - 0,3	140 - 0,6	300 - 2,6
3C	82 - 4,9	220 - 9,4	295 - 1,4
3D	85 - 10,8	130 - 2,3	220 - 11,1
3E	82 - 11	140 - 2,2	230 - 10,6
4B	82 - 1,7	140 - 2,1	220 - 4,8
4C	62 - 1,3	130 - 0,8	200 - 3,2
4D	84 - 15	150 - 1,7	225 - 14
4E	82 - 15,4	130 - 5,9	220 - 12

PK	$fn_1(H_z) - A(\times 10^{-4} \text{ mm})$	$fn_2(H_z) - A(\times 10^{-4} \text{ mm})$	$fn_3(H_z) - A(\times 10^{-4} \text{ mm})$
2B	160 - 1,2		270 - 1
2C	160 - 0,8	220 - 0,2	260 - 0,3
2D	180 - 0,3		260 - 1
2E		250 - 1,1	300 - 0,5
3B	150 - 0,98	230 - 0,25	
3C	160 - 1,2	230 - 0,6	
3D		260 - 1,1	290 - 0,5
3E		220 - 0,7	260 - 1,2
4B	90 - 6,39	240 - 0,25	300 - 0,4
4C	150 - 5,06	240 - 3,26	260 - 1,2
4D		200 - 0,7	260 - 1
4E	195 - 0,25	230 - 0,7	260 - 1,2

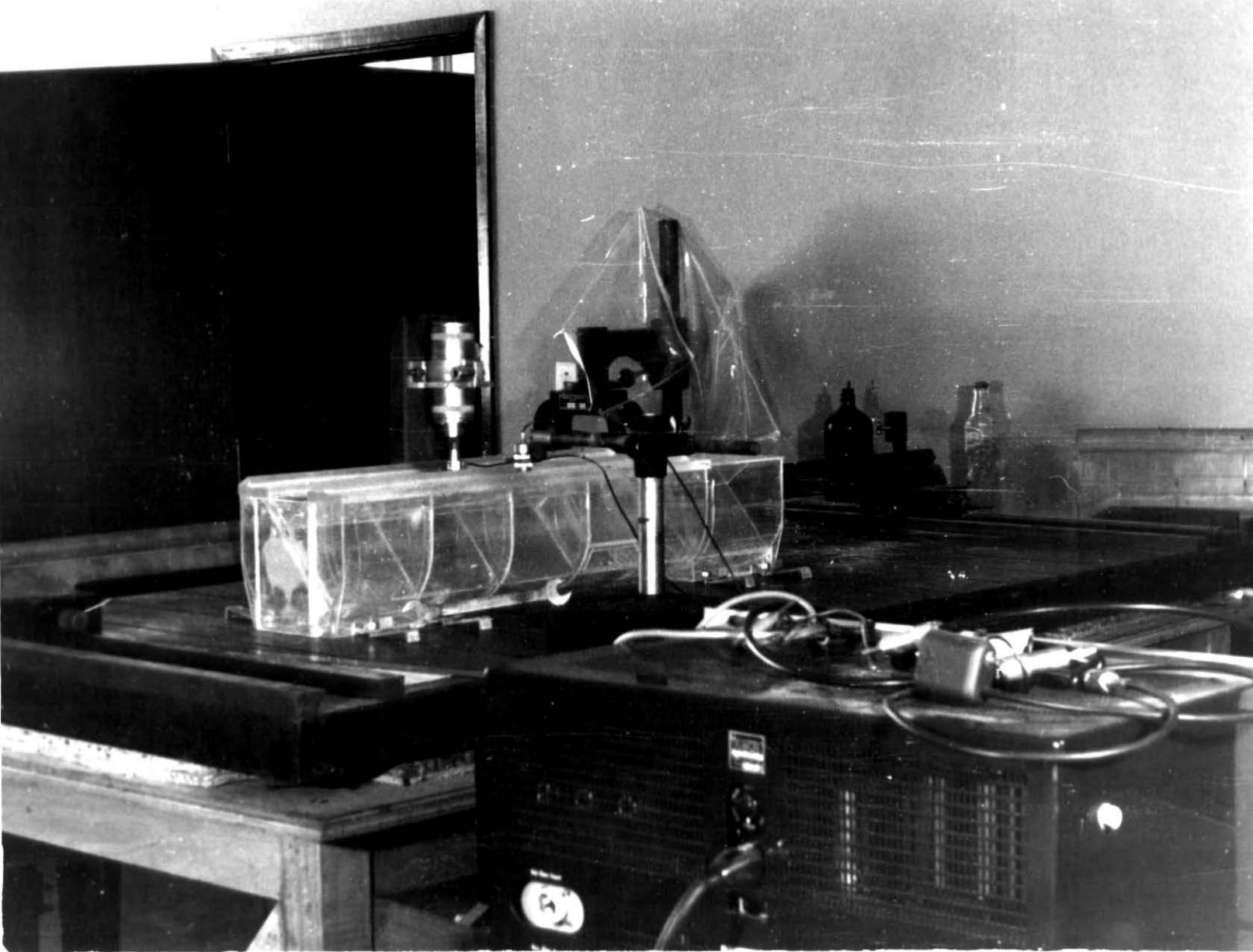


A

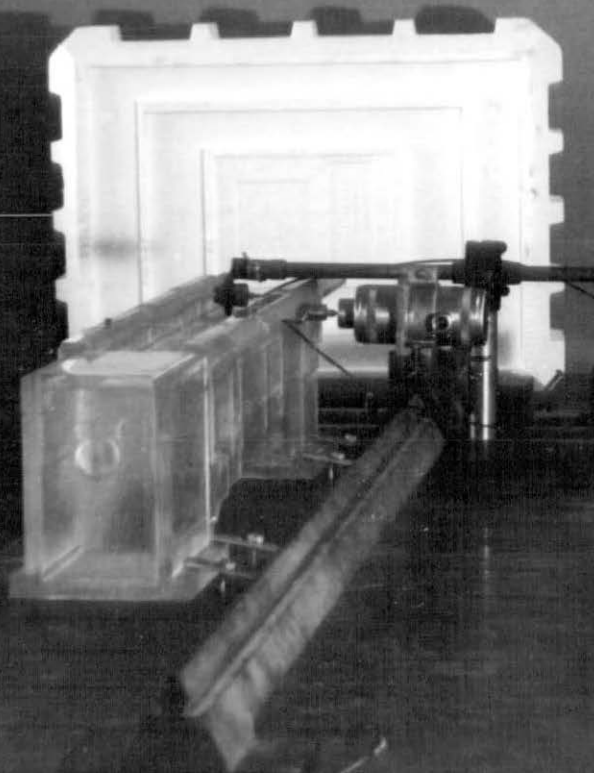
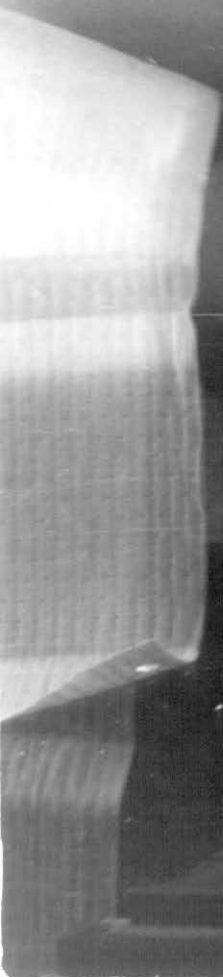


**B**



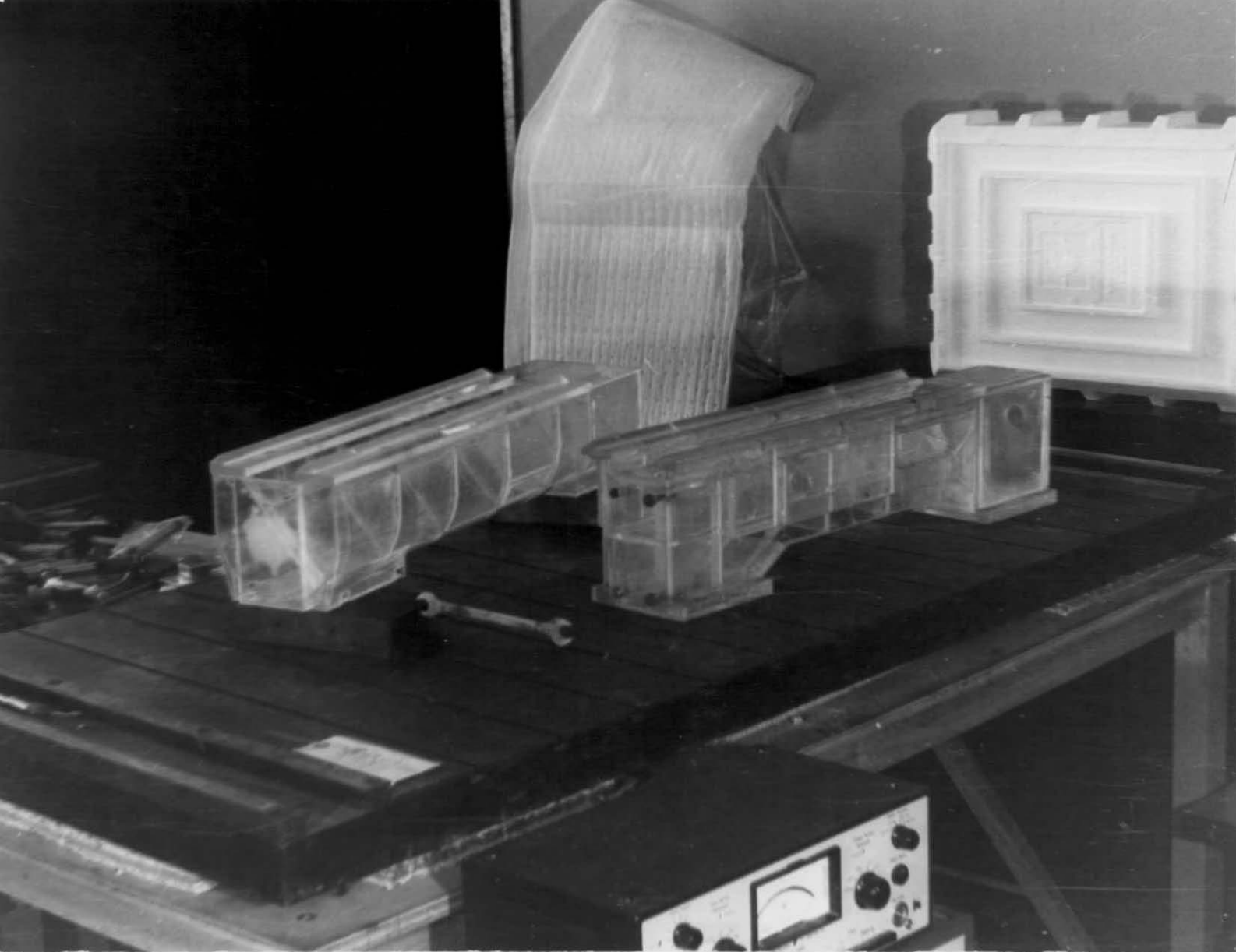


C

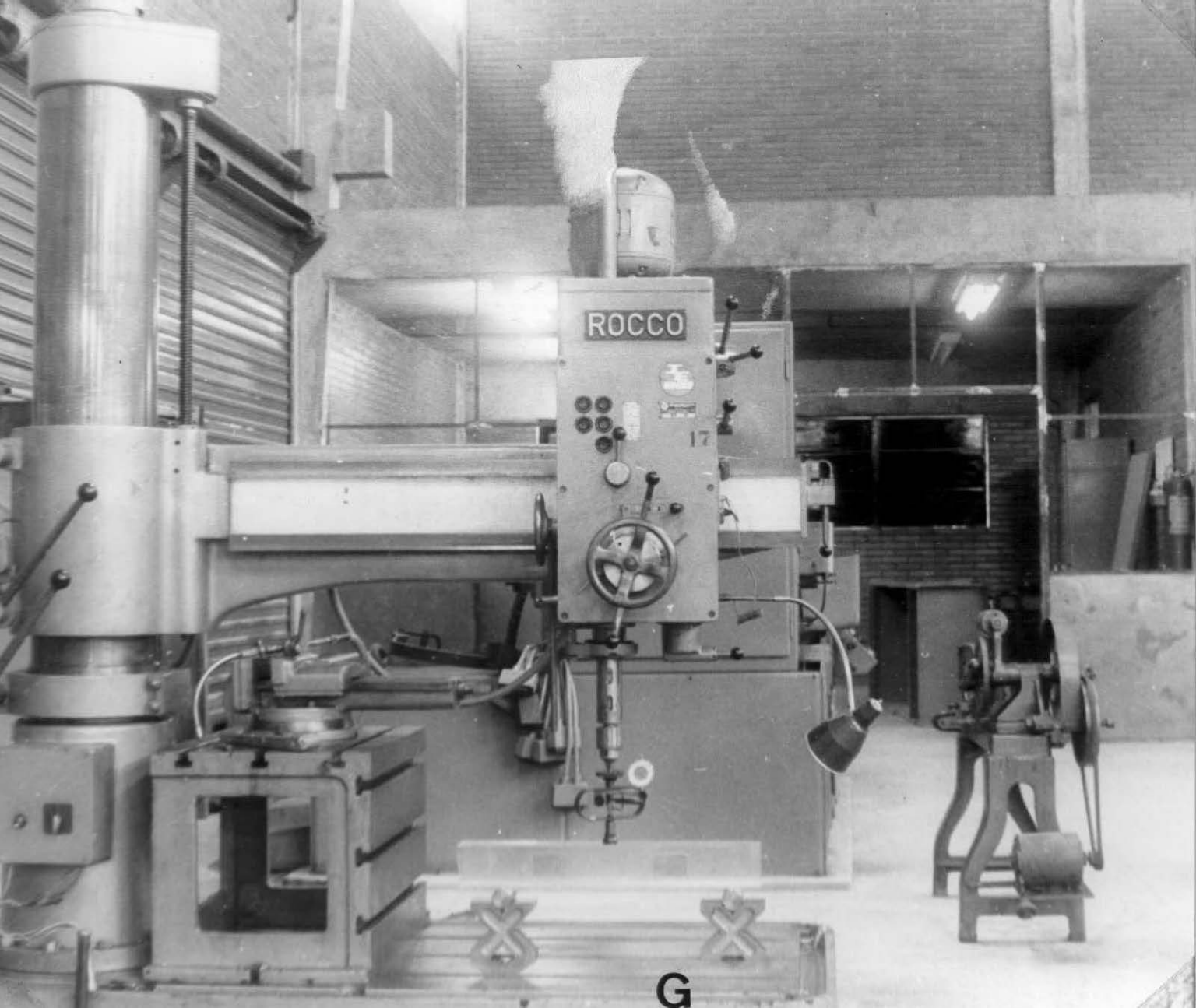


D





F



ROCCO

17

G